

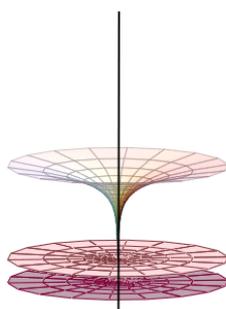
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УХТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. П. Пятибрат

## **ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА**

Учебное пособие



Ухта 2002

УДК 532.5(075.8)

П99

ББК

Пятибрат В.П. Подземная гидромеханика. Учебное пособие. - Ухта: УГТУ, 2002. - 100с.

ISBN 5 - 88179 - 217 - 3

Учебное пособие содержит программу, основные формулы, примеры решения задач и контрольные задания по разделам курса "Подземная гидромеханика". Предназначено студентам дневного и заочного факультетов газонефтепромысловых специальностей 090600, 090700 и направлению 553600 "Нефтегазовое дело".

Содержание учебного пособия соответствует рабочей учебной программе.

Рецензенты: .

© Ухтинский государственный технический университет, 2002

© Пятибрат В.П., 2002

ISBN 5 - 88179 - 217 - 3

**ВВЕДЕНИЕ**

# 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ

## 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Фильтрацией называется движение жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых средах, то есть в твердых телах, пронизанных системой сообщающихся между собой пор и микротрещин. Фильтрация жидкостей и газов по сравнению с движением в трубах и каналах обладает некоторыми специфическими особенностями. Фильтрация происходит по чрезвычайно малым в поперечных размерах поровым каналам при очень малых скоростях движения жидкостей. Силы трения при движении жидкости в пористой среде очень велики, так как площади соприкосновения жидкости с твердыми частицами огромны.

**Коэффициентом пористости  $m$**  называется отношение объема пор  $V_{\text{пор}}$  ко всему объему пористой среды  $V$ .

$$m = \frac{V_{\text{пор}}}{V} \quad (1.1)$$

Под пористостью понимается активная пористость, которая учитывает только те поры и микротрещины, которые соединены между собой и через которые может фильтроваться жидкость.

**Коэффициентом просветности  $n$**  называется отношение площади просветов  $\omega_{\text{пр}}$  в данном сечении пористой среды ко всей площади этого сечения  $\omega$

$$n = \frac{\omega_{\text{пр}}}{\omega} \quad (1.2)$$

Площади просветов различна в различных поперечных сечениях  $\omega_{\text{пр}}(x)$ . Среднее значение просветности по длине образца равно пористости.

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\omega_{\text{пр}}(x)}{\omega} dx = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\omega_{\text{пр}}(x)}{\omega_0} dx = \frac{V_{\text{пор}}}{V} = m. \quad (1.3)$$

**Поперечным сечением  $\omega$**  называется поверхность, проведенная перпендикулярно направлению скорости.

**Объемным расходом  $Q$**  называется объем жидкости прошедший через поперечное сечение за единицу времени.

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (1.4)$$

**Массовым расходом  $Q_m$**  называется масса жидкости прошедшая через поперечное сечение за единицу времени.

$$Q_m = \frac{m}{t}. \quad (1.5)$$

Массовый расход равен произведению плотности  $\rho$  на объемный расход:

**Скоростью фильтрации  $u$**  называется отношение объемного расхода жидкости к площади поперечного сечения.

$$u = \frac{Q}{\omega}. \quad (1.6)$$

Скорость фильтрации это скорость, с которой двигалась бы жидкость, если бы пористая среда отсутствовала ( $m = 1$ ).

В действительности фильтрация жидкости или газа происходит по просветам. Поэтому **действительная скорость**  $v$  больше скорости фильтрации и определяется:

$$v = \frac{Q}{\omega_{\text{пр}}} = \frac{\omega}{\omega_{\text{пр}}} \frac{Q}{\omega} = \frac{u}{n} = \frac{u}{m}. \quad (1.7)$$

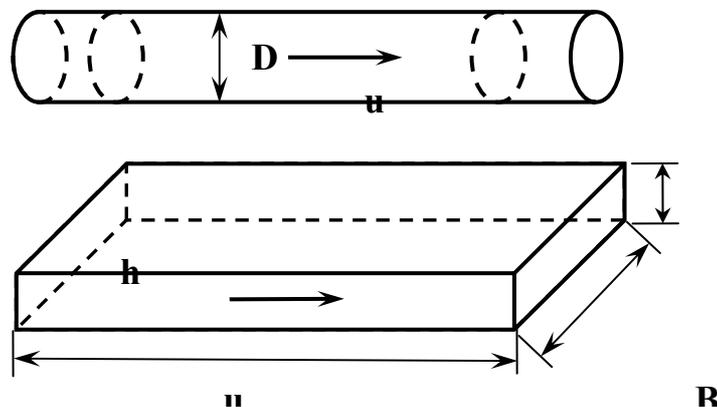
При **плоскопараллельном потоке** векторы скоростей параллельны друг другу, поэтому фильтрация происходит только вдоль одной оси, которую можно принять за ось  $x$ . В каждом поперечного сечения давление, скорость и направление скорости одинаковы, но в разных поперечных сечениях они разные и являются функцией координаты этой оси  $p(x)$ ,  $u(x)$ . Плоскопараллельное движение имеет место в двух следующих случаях.

В лабораторных условиях при фильтрации через цилиндрический керн, или в трубе, диаметром  $D$ , заполненной пористой средой (Рис. 1.1). Площадь поперечного сечения представляет собой площадь круга и равна:

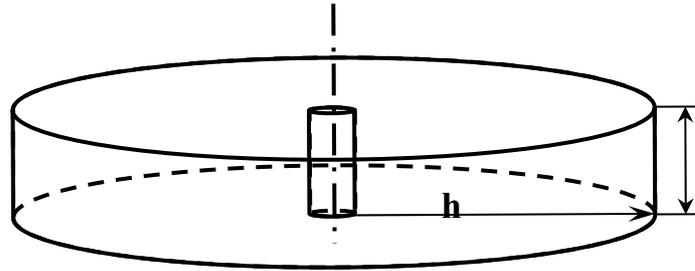
$$\omega = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (1.8)$$

На некоторых участках продуктивного пласта, которые можно представить в виде параллелепипеда верхние и нижние грани (кровля и подошва пласта), а также ближняя и дальняя грань непроницаемы для жидкости. Во всех точках левой грани поддерживается постоянное давление  $p_k$ , а во всех точках правой грани поддерживается постоянное давление  $p_r$ . Расстояние между кровлей и подошвой пласта называется толщиной пласта и обозначается  $h$ . Расстояние между ближней и дальней гранью называется шириной и обозначается  $B$ . Расстояние между левой и правой гранью называется длиной и обозначается  $L$ . Этот случай плоскопараллельного движения часто называют **галереей**, а величины  $h$ ,  $B$  и  $L$  называют толщиной, шириной и длиной галереи. Площадь поперечного сечения галереи равна:

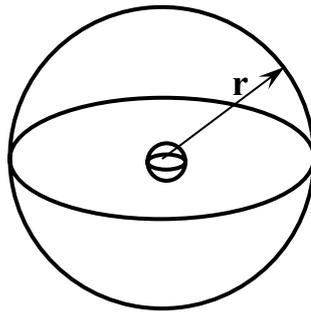
$$\omega = B h. \quad (1.9)$$



а. Плоскопараллельный поток



b. Плоскорадialный поток



c. Сферический поток

Схемы фильтрационных потоков

Рис. 1.1.

При **плоскорадialном потоке** в любой горизонтальной плоскости продолжение векторов скоростей сходятся (или расходятся) в одной точке. На практике плоскорадialный поток встречается в случае вскрытия горизонтального пласта вертикальной скважиной с круговым контуром питания. Если вскрыт весь пласт и приток происходит по всей боковой поверхности скважины, то скважина называется гидродинамически совершенной. Расстояние от оси скважины до какой-либо точки пласта называется радиусом  $r$ . Площадь поперечного сечения представляет собой боковую поверхность цилиндра, высота которого равна толщине пласта  $h$ , а радиус – расстоянию от центра скважины до данной точки пласта:

$$\omega = 2 \pi r h. \quad (1.10)$$

В каждом поперечном сечении давление и скорость одинаковы, но в разных поперечных сечениях они разные и являются функцией радиуса  $p(r)$ ,  $u(r)$ .

При **радиально-сферическом потоке** продолжение векторов скоростей в пространстве сходятся (или расходятся) в одной точке. Расстояние от этой точки, которую называют источником или стоком, до любой точки пласта называется радиусом  $r$ . Поперечного сечения представляет собой поверхность сферы радиусом  $r$ :

$$\omega = 4 \pi r^2. \quad (1.11)$$

В каждом поперечного сечения давление и скорость одинаковы, но в разных поперечных сечениях они разные и являются функцией радиуса  $p(r)$ ,  $u(r)$ .

На практике радиально-сферический поток встречается в случае вскрытия скважиной кровли пласта бесконечно большой толщины скважиной с полусферическим контуром питания.

В общем случае давления и скорости фильтрации зависят от координаты точки и времени.

$$\begin{aligned} p &= p(x, y, z, t), \\ \bar{u} &= \bar{u}(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Движение называется установившимся (стационарным), если в любой точке пласта давления и скорости фильтрации не зависят от времени. В противном случае движение называется неустановившимся (нестационарным).

## 1.2. ЗАКОН ДАРСИ

Движение однородной жидкости в пористой среде определяется силами давления и силами тяжести. Основное соотношение теории фильтрации - закон Дарси - устанавливает связь между величиной скорости фильтрации вдоль линии тока и силами действующими в жидкости. Рассмотрим закон Дарси на примере схемы опытной установки (Рис. 1.2). Пусть по трубе, диаметром  $D$  и длиной  $L$  заполненной пористой средой, фильтруется жидкость со скоростью  $u$ . Выберем два поперечных сечения 1 и 2. Центры тяжести поперечных сечений расположены на высотах  $z_1$  и  $z_2$ . Давление  $p_1$  и  $p_2$  в сечениях измеряем пьезометрами. Как и в трубной гидравлике запишем уравнение Бернулли для этих сечений.

$$H_1 = H_2 + h_{12}, \quad (1.13)$$

где  $H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\sigma_1 u_1^2}{\rho g}$  - гидродинамический напор;

$h_{12} = h(u)$  - потери напора между сечениями, которые зависят от скорости фильтрации и не могут рассчитываться по формулам трубной гидравлики.

Скорости фильтрации жидкости в пористой среде малы, поэтому скоростным напором можно пренебречь. Разрешая уравнение (1.14) относительно скорости фильтрации, получим:

$$u = f(H_1 - H_2). \quad (1.14)$$

Рассмотрим зависимость скорости фильтрации от расстояния между сечениями и площади поперечного сечения. При прочих равных условиях с увеличением расстояния увеличиваются сопротивления движению жидкости и скорость фильтрации должна уменьшаться. Наиболее простая зависимость - обратно пропорциональная  $u \sim 1/L$ . Предположим, что скорость фильтрации зависит от площади поперечного сечения, то во всем образце она будет одна. Проведем мысленный эксперимент. Разделим поперечное сечение пополам и рассмотрим одну половину. Площадь поперечного сечения изменилась, значит должна измениться и скорость, но в одном и том же реальном образце не могут быть две различные скорости фильтрации. Поэтому наше предположение не верно и скорость фильтрации не зависит от площади. Кроме того, скорость фильтрации зависит от свойств фильтрующейся жидкости и свойств пористой

среды. Учтем эти свойства - коэффициентом фильтрации  $k_{\phi}$ .

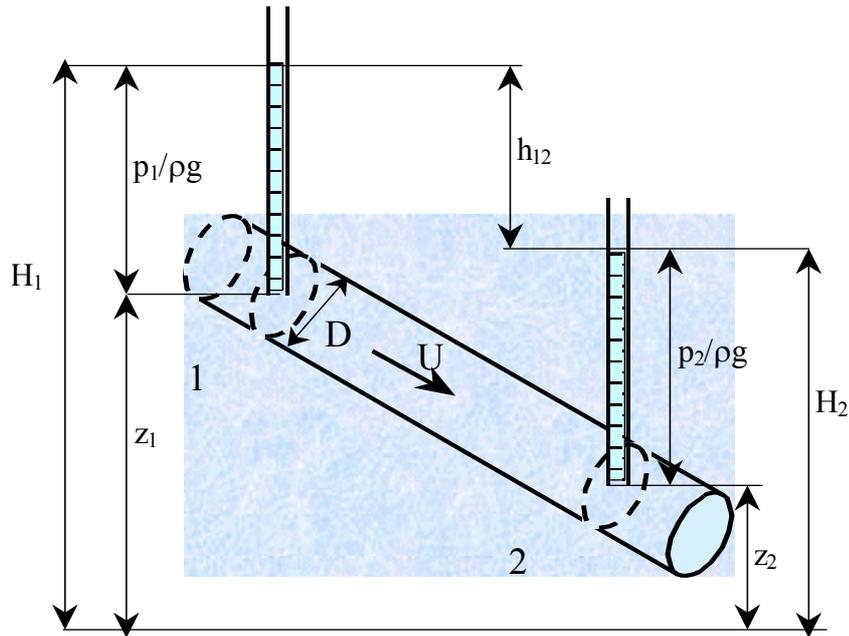


Схема опытной установки

Рис. 1.2.

Тогда формула (1.15) запишется:

$$u = k_{\phi} \frac{(H_1 - H_2)}{L}. \quad (1.15)$$

Эта формула впервые была экспериментально полечена французским инженером Дарси и подтверждается для многих жидкостей и газов в широких пределах изменения скоростей. Но для некоторых жидкостей и значений скоростей фильтрации эта формула не подтверждается. Коэффициентом фильтрации  $k_{\phi}$  используется в тех случаях, когда фильтруется вода. При фильтрации нефти, газа, воды и их смесей желательно учитывать свойства породы и жидкости отдельно. Свойства жидкости характеризуются коэффициентом динамической вязкости  $\mu$  и плотностью  $\rho$ . Тогда коэффициент фильтрации можно записать в виде:

$$k_{\phi} = \frac{k}{\mu} c g, \quad (1.16)$$

где  $k$  - коэффициент проницаемости.

Коэффициент проницаемости зависит только от свойств пористой среды и определяет способность пористой среды пропускать сквозь себя жидкости и газы. Коэффициент проницаемости имеет размерность площади (в СИ  $[k] = \text{м}^2 = 10^{12} \text{ мкм}^2$ ) и качественно представляет собой площадь поперечного сечения отдельного капилляра. Поэтому проницаемость горных пород очень мала. Например, проницаемость крупнозернистых песчаников, а таких нефтяных или газовых пластов очень мало, составляет  $10^{-12} - 10^{-13} \text{ м}^2$ . На практике до сих пор проницаемость нефтяных и газовых пластов измеряется устаревшими единицами, называемыми дарси (Д). С введением системы единиц СИ использовать эту единицу запрещено. Для перевода в систему СИ используется соотношение

$$1 \text{ Д} = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 = 1,02 \text{ мкм}^2.$$

С введением коэффициента проницаемости закон Дарси примет вид:

$$u = \frac{k \cdot c \cdot g \cdot (H_1 - H_2)}{m \cdot L} = \frac{k \cdot c \cdot g}{m \cdot L} \left[ \left( z_1 + \frac{p_1}{c \cdot g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{c \cdot g} \right) \right] = \quad (1.17)$$

$$= \frac{k}{m} \frac{[(p_1 + c \cdot g \cdot z_1) - (p_2 + c \cdot g \cdot z_2)]}{L} = \frac{k}{m} \frac{(p_1^* - p_2^*)}{L}.$$

где  $p^* = p + \rho \cdot g \cdot z$  - приведенное давление.

Расстояния  $z$  от плоскости сравнения до данной точки считается положительным, если точка лежит выше плоскости сравнения, и отрицательной, если ниже. За плоскость сравнения можно принять любую горизонтальную плоскость. Обычно принимают границу газонефтяного (ГНК) или водонефтяного (ВНК) контакта. При движении жидкости в горизонтальных пластах ( $z = \text{const}$ ), второе слагаемое в приведенном давлении постоянно и при подстановке в формулу в закон Дарси обращается в нуль. Поэтому в горизонтальных пластах при движении однородной жидкости приведенное давление можно положить равным давлению в данной точке и знак (\*) в законе Дарси можно опустить.

Рассмотрим трубку тока, вдоль которой происходит фильтрация жидкости. Обозначим расстояние вдоль вектора скорости  $u$  этой трубки через  $s$ . Выберем две точки на расстоянии  $\Delta s$  друг от друга и запишем для этих точек закон Дарси:

$$u_{\text{ср}} = \frac{k}{m} \frac{(p^*(s) - p^*(s + \Delta s))}{\Delta s} = - \frac{k}{m} \frac{(p^*(s + \Delta s) - p^*(s))}{\Delta s}. \quad (1.18)$$

Получим значение средней скорости на этом участке  $u_{\text{ср}}$ . Если устремить расстояние между точками к нулю, то получим закон Дарси в дифференциальной форме:

$$u = - \frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial s}. \quad (1.19)$$

В векторной форме закон Дарси запишется:

$$u = - \frac{k}{m} \text{grad } p^* \quad (1.20)$$

или в проекциях на оси координат

$$u_x = - \frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial x}, \quad u_y = - \frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial y}, \quad u_z = - \frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial z}. \quad (1.21)$$

На практике проницаемость по вертикали в 2 - 10 раз меньше чем по горизонтали. Такая пористая среда называется анизотропной и закон Дарси в этом случае имеет вид:

$$u_x = - \frac{k_x}{m} \frac{\partial p^*}{\partial x}, \quad u_y = - \frac{k_y}{m} \frac{\partial p^*}{\partial y}, \quad u_z = - \frac{k_z}{m} \frac{\partial p^*}{\partial z}. \quad (1.22)$$

Для плоскорадиального и радиально-сферического потока Закон Дарси можно записать в виде:

$$u = -\frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial r}. \quad (1.23)$$

В пластах часто встречаются непроницаемые границы (сбросы). Жидкость двигаться перпендикулярно непроницаемой границе не может, поэтому нормальная к границе скорость равна нулю  $u_n = 0$ . Тогда из закона Дарси следует

$$u_n = -\frac{k}{m} \frac{\partial p^*}{\partial n} = 0 \text{ и } p^* = \text{const}(n). \quad (1.24)$$

Это означает, что перпендикулярно непроницаемой границе давление не меняется и линии равного давления (изобары) перпендикулярны этой границе.

### 1.3. НАРУШЕНИЕ ЗАКОНА ДАРСИ. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ

При малых и больших скоростях фильтрации закон Дарси не выполняется. Нарушение закона Дарси при малых скоростях обычно связано с неньютоновскими свойствами нефти.

При больших скоростях начинают проявляться инерционные силы, которые возникают при движении жидкости по извилистому пористому каналу. Проведем аналогию с трубной гидравликой. Потери давления пропорциональны скорости, как при ламинарном режиме движения жидкости в трубе, так и при фильтрации жидкости по закону Дарси. Потери давления пропорциональны квадрату скорости, как при сильно развитом турбулентном режиме движения жидкости в трубе, так и при больших скоростях фильтрации (закон Дарси не выполняется). В трубной гидравлике режим движения определяется по числу Рейнольдса:

$$Re = \frac{V D c}{m}. \quad (1.25)$$

где  $V$  - средняя скорость в трубе;

$D$  - диаметр трубы.

Если число Рейнольдса меньше критического  $Re_{кр} = 2320$ , то режим движения ламинарный, а если больше, то турбулентный. По аналогии введем число Рейнольдса и при фильтрации. Различными авторами предложено несколько формул для определения числа Рейнольдса, но приведем одну из них - формулу Щелкачева. В этой формуле за характерную скорость принята скорость фильтрации  $u$ , за характерный поперечный размер капилляра - корень квадратный из проницаемости пласта. Кроме этого добавлен множитель, который частично учитывает структуру пористой среды -  $10/m^{2,3}$ . Формулу Щелкачева имеет вид:

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \frac{u \sqrt{k} c}{m}. \quad (1.26)$$

Так, как при одной и той же пористости и проницаемости структура пористой среды может быть, которое лежит в пределах разное, то широк разброс

в значении критического значения числа Рейнольдса  $Re_{кр} = 0,032 - 14$ . Обычно принимают  $Re_{кр} = 1$ . Если вычисленное значение числа  $Re$  оказывается меньше нижнего критического значения, то закон Дарси справедлив, если больше верхнего значения, то закон Дарси заведомо нарушен. Скорость фильтрации, при которой нарушается закон Дарси, называется критической скоростью фильтрации ( $u_{кр}$ ).

Однако, нарушение линейного закона фильтрации еще не означает перехода от ламинарного движения к турбулентному. Закон Дарси нарушается вследствие того, что силы инерции, возникающие в жидкости за счет извилистости каналов и изменения площади их поперечных сечений, становятся при  $u > u_{кр}$  соизмеримыми с силами трения.

Для практических расчетов число Рейнольдса удобнее выразить через массовый расход. Это связано с тем обстоятельством, что при фильтрации газа плотность газа зависит от давления в поперечном сечении, поэтому необходимо эту плотность рассчитывать дополнительно.

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \frac{Q_m \sqrt{k}}{m \psi} \quad (1.27)$$

При нарушении закона Дарси зависимость между скоростью фильтрации и градиентом давления  $dp/ds$  лучше всего описывается двучленной формулой. Ее еще называют формулой Форхгеймера:

$$-\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{m}{k} u + \beta \frac{c}{\sqrt{k}} u^2, \quad (1.28)$$

где  $\beta$  - безразмерный коэффициент характеризующий структуру пористой среды. При малых значениях скорости, вторым слагаемым можно пренебречь и получим закон Дарси. При больших значениях скоростей первым слагаемым можно пренебречь и получим закон Краснопольского:

$$-\frac{\partial p}{\partial s} = \beta \frac{c}{\sqrt{k}} u^2 \text{ или } u = \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta c} \right)^{1/2} \left( -\frac{\partial p}{\partial s} \right)^{1/2} = C \left( -\frac{\partial p}{\partial s} \right)^{1/2}. \quad (1.29)$$

Иногда при нарушении закона Дарси используют одночленный закон фильтрации в виде:

$$u = C \left( -\frac{\partial p}{\partial s} \right)^{1/n}, \quad (1.30)$$

где  $C$  и  $n$  некоторые постоянные числа  $1 < n < 2$ .

В нефтяных скважинах нарушение закона Дарси происходит достаточно редко. Большинство газовых скважин работают при нарушении закона Дарси.

При малых скоростях также происходит нарушение закона Дарси. Это связано или с большой площадью соприкосновения породы и жидкости (в низкопроницаемых коллекторах) или с наличием в нефти смол, парафинов и т.д. В этом случае закон Дарси можно записать в виде:

$$u = \begin{cases} -\frac{k}{m} \left( \frac{\partial p}{\partial s} - \Phi_0 \right), & \frac{\partial p}{\partial s} > \Phi_0 \\ 0, & \frac{\partial p}{\partial s} < \Phi_0 \end{cases}, \quad (1.31)$$

где  $\tau_0$  - начальный градиент давления.

#### 1.4. УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ ПОТОКА

Уравнение неразрывности потока представляет собой закон сохранения массы для элементарного объема пористой среды. Выделим мысленно в пористой среде, в которой происходит движение однородной, сжимаемой жидкости или газа объем в виде параллелепипеда с ребрами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  (Рис. 1.3). Найдем массу, которая входит в выделенный объем вдоль оси  $x$  за время  $\Delta t$ . Обозначим левую и правую грани индексами 1 и 2. Через левую грань войдет масса

$$(\rho u_x)_1 \Delta y \Delta z \Delta t.$$

Через правую грань войдет масса

$$(\rho u_x)_2 \Delta y \Delta z \Delta t.$$

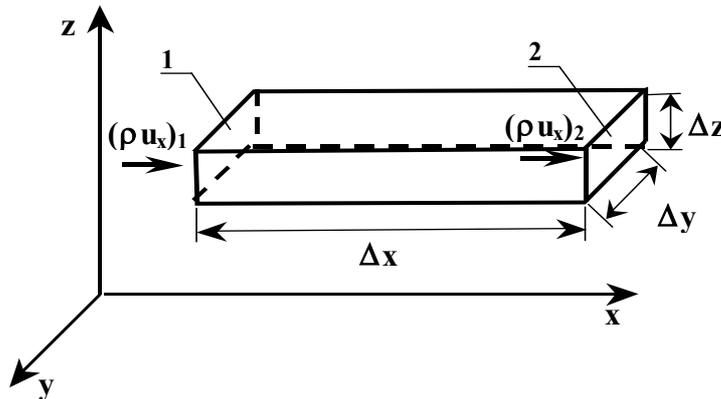


Схема элемента пласта

Рис. 1.3

Тогда внутри объема останется масса равная разности этих масс  $dm_x$ . Если расстояние между гранями  $\Delta x$  устремить к нулю, то эта разность преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((c u_x)_1 - (c u_x)_2) \Delta y \Delta z \Delta t &= - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{((c u_x)_2 - (c u_x)_1)}{\Delta x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \\ &= - \frac{\partial (c u_x)}{\partial x} dx dy dz dt = dm_x. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Аналогично можно найти массы, которые останутся внутри объема при движении вдоль осей  $y$  и  $z$ . Таким образом общая масса оставшаяся внутри объема равна сумме этих масс

$$dm_x + dm_y + dm_z = - \left( \frac{\partial (c u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (c u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (c u_z)}{\partial z} \right) dx dy dz dt. \quad (1.33)$$

С другой стороны масса жидкости внутри порового пространства выделенного объема равна произведению плотности  $\rho$ , пористости  $m$  и объема. Поэтому увеличение массы для бесконечно малого промежутка времени равно:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} ((c m)_{t+\Delta t} - (c m)_t) \Delta x \Delta y \Delta z &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{((c m)_{t+\Delta t} - (c m)_t)}{\Delta t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t = \\ &= \frac{\partial (c m)}{\partial x} dx dy dz dt. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Приравняв эти массы и преобразовав полученное уравнение, получим дифференциальное уравнение неразрывности потока:

$$\frac{\partial (c m)}{\partial t} + \frac{\partial (c u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (c u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (c u_z)}{\partial z} = 0. \quad (1.35)$$

Первое слагаемое в этом уравнении отвечает за нестационарность движения, поэтому если это слагаемое равно нулю, то движение стационарно. Остальные слагаемые отвечают за движение вдоль соответствующих осей.

Отметим, что уравнение неразрывности потока справедливо только в том случае, если поток неразрывен, то есть в потоке нет других жидкостей или газов, а также нет источников или стоков, выделяющих или поглощающих флюид (химических реакций, фазовых превращений и т. д.). В дивергентном виде это уравнение записывается:

$$\frac{\partial (c m)}{\partial t} + \operatorname{div}(c \vec{u}) = 0. \quad (1.36)$$

В частных случаях уравнение упрощается. Для плоскопараллельного потока (приток к галерее)

$$\frac{\partial (c m)}{\partial t} + \frac{\partial (c u_x)}{\partial x} = 0. \quad (1.37)$$

Для плоско радиального потока (приток к скважине)

$$\frac{\partial (c m)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r c u_r)}{\partial r} = 0. \quad (1.38)$$

Для радиально-сферического потока

$$\frac{\partial (c m)}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 c u_r)}{\partial r} = 0. \quad (1.39)$$

При стационарном движении уравнение неразрывности удобно записать в интегральном виде. Для этого выберем элементарную струйку или поток, боковые поверхности которого непроницаемы для жидкости, а торцевые представляют собой поперечные сечения то, есть перпендикулярны направлению скорости. Проинтегрируем уравнение неразрывности потока по объему между этими сечениями и применим теорему Остроградского - Гаусса то, есть перейдем от интеграла по объему к интегралу по боковой поверхности этого объема:

$$\begin{aligned}
& \int_W \left( \frac{\partial(c \bar{m})}{\partial t} + \operatorname{div}(c \bar{u}) \right) dW = \int_W (0 + \operatorname{div}(c \bar{u})) dW = \int_S (c \bar{u}) d\vec{S} = \\
& = \int_{S_6} (c \bar{u}) d\vec{S} + \int_{\Pi_1} (c \bar{u}) d\vec{\Pi} + \int_{\Pi_2} (c \bar{u}) d\vec{\Pi} = 0 - (c u \Pi)_1 + (c u \Pi)_2 = \\
& - Q_{m1} + Q_{m2} = 0.
\end{aligned} \tag{1.40}$$

В этом выражении производная по времени обратилась в ноль так, как движение стационарное. Интеграл по боковой поверхности равен нулю так, как скалярное произведение вектора скорости и нормали к боковой поверхности  $S_B$  равно нулю (угол между этими векторами составляет  $90^\circ$  из-за того, что граница непроницаема). В первом поперечном сечении угол между вектором скорости и нормали к поперечному сечению составляет  $180^\circ$ , поэтому косинус этого угла в скалярном произведении равен минус единице. Поэтому интеграл по поверхности первого поперечного сечения представляет собой массовый расход в этом поперечном сечении с отрицательным знаком. Аналогично интеграл по поверхности второго поперечного сечения представляет собой массовый расход в этом поперечном сечении, но с положительным знаком так, как угол между вектором скорости и нормали к поперечному сечению равен нулю. Из полученного выражения следует, что массовый расход в любом поперечном сечении потока при стационарном движении величина постоянная.

$$\begin{aligned}
& Q_{m1} = Q_{m2} = \text{const}, \\
& \text{или} \\
& Q_m = c Q = c u \Pi = \text{const}.
\end{aligned} \tag{1.41}$$

Если происходит движение несжимаемой жидкости, то плотность в разных сечениях будет постоянной. Поэтому для несжимаемой жидкости будет постоянным не только массовый расход, но и объемный расход.

## 1.5. ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ОТ ДАВЛЕНИЯ

Выведенные дифференциальные уравнения (1.2, 1.4) содержат параметры, которые характеризуют жидкость или газ - плотность  $\rho$ , вязкости  $\mu$ , а также параметры пористой среды - коэффициенты пористости  $m$  и проницаемости  $k$ . Для дальнейших расчетов надо знать зависимость этих коэффициентов от давления.

При установившейся фильтрации капельной жидкости можно считать ее плотность не зависящей от давления, т. е. рассматривать жидкость как несжимаемую  $\rho = \text{const}$ .

В неустановившихся процессах необходимо учитывать сжимаемости жидкости, которая характеризуется коэффициентом объемного сжатия  $\beta_j$ , который обычно считают постоянным:

$$\beta_j = - \frac{1}{W} \frac{dW}{dp}. \tag{1.42}$$

где  $W$  - объем жидкости. Для различных нефтей отечественных месторождений коэффициенты объемного сжатия составляют  $(7 - 30) 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ , для пластовых вод  $(2,7 - 5) 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ .

В последней формуле перейдем от объемов к плотности, получим:

$$v_{ж} = \frac{1}{c} \frac{dc}{dp}. \quad (1.43)$$

Проинтегрируем последнее равенство от начальных значений давления  $p_0$  и плотности  $\rho_0$  до текущих значений получим:

$$c = c_0 e^{v_{ж} (p - p_0)}. \quad (1.44)$$

При перепадах давлений 20 МПа показатель степени  $v_{ж} (p - p_0) \approx 0,01 \ll 1$ . В этом случае можно, разложив экспоненту в ряд Тейлора, ограничиться двумя первыми членами ряда

$$c = c_0 (1 + v_{ж} (p - p_0)). \quad (1.45)$$

При этом получаем линейную зависимость плотности от давления

Природные газы можно считать идеальными (совершенными), если пластовые давления газовых месторождений невелики (до 6—9 МПа) и газ отбирается при депрессии до 1 МПа. Зависимость плотности от давления в этом случае можно найти из уравнения Клапейрона—Менделеева

$$c = \frac{p}{R' T}. \quad (1.46)$$

где  $R'$  - газовая постоянная, которая зависит от состава газа.

Обычно температура пласта  $T_{пл}$  постоянна, поэтому при нормальном давлении  $p_{ат} = 0,1013 \text{ МПа}$  плотность газа при пластовой  $\rho_{ат}$  температуре будет равна

$$c_{ат} = \frac{p_{ат}}{R' T_{пл}}. \quad (1.47)$$

Исключая пластовую температуру, получим уравнение состояния идеального газа, которым будем пользоваться в дальнейшем:

$$c = c_{ат} \frac{p}{p_{ат}}. \quad (1.48)$$

В настоящее время в практике все чаще встречаются газовые месторождения с высокими пластовыми давлениями (до 40 - 60 МПа), которые иногда эксплуатируются с большими депрессиями (порядка 15 - 30 МПа). В этих условиях следует использовать уравнение состояния реального газа

$$c = \frac{p}{R' T z}. \quad (1.49)$$

где  $z$  — коэффициент, характеризующий степень отклонения состояния реального газа от закона идеальных газов (коэффициент сверхсжимаемости) и зависящий для данного газа от давления и температуры  $z = z(p, T)$ . Значения коэффициента сверхсжимаемости  $z$  определяются по графикам Д. Брауна.

Эксперименты показывают, что коэффициенты вязкости нефти (при давлениях выше давления насыщения) и газа увеличиваются с повышением давления. При значительных изменениях давления (до 100 МПа) зависимость вязкости пластовых нефтей и природных газов от давления можно принять экспоненциальной

$$\mu = \mu_0 e^{\alpha_\mu (p - p_0)}. \quad (1.50)$$

При малых изменениях давления эта зависимость имеет линейный характер.

Здесь  $\mu_0$  - вязкость при фиксированном давлении  $p_0$ ;  $\alpha_\mu$  — коэффициент, определяемый экспериментально и зависящий от состава нефти или газа.

Чтобы выяснить, как зависит от давления коэффициент пористости, рассмотрим вопрос о напряжениях, действующих в пористой среде, заполненной жидкостью. При уменьшении давления в жидкости, увеличивается силы на скелет пористой среды, поэтому пористость уменьшается.

Вследствие малой деформации твердой фазы считают обычно, что изменение пористости зависит от изменения давления линейно. Закон сжимаемости породы записывают следующим образом, вводя коэффициент объемной упругости пласта  $\beta_c$

$$\beta_c = \frac{dm}{dp}. \quad (1.51)$$

Интегрируя полученное выражение, получим:

$$m = m_0 + \beta_c (p - p_0). \quad (1.52)$$

где  $m_0$  — коэффициент пористости при давлении  $p_0$ .

Лабораторные эксперименты для разных зернистых пород и промысловые исследования показывают, что коэффициент объемной упругости пласта составляет  $(0,3 - 2) 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ .

При значительных изменениях давления изменение пористости описывается уравнением

$$m = m_0 e^{\beta_c (p - p_0)/m_0}. \quad (1.53)$$

Экспериментально показано, что не только пористость, но и проницаемость существенно изменяются с изменением пластового давления, причем часто проницаемость значительнее, чем пористость. При малых изменениях давления эту зависимость можно принять линейной

$$k = k_0 (1 + \beta_k (p - p_0)), \quad (1.54)$$

а при больших — экспоненциальной

$$k = k_0 e^{\beta_k (p - p_0)}. \quad (1.55)$$

В трещиноватых пластах проницаемость изменяется в зависимости от давления более интенсивно, чем в пористых. Поэтому в трещиноватых пластах учет зависимости  $k(p)$  более необходим, чем в гранулярных.

Уравнения состояния жидкости или газа, насыщающих пласт, и пористой среды замыкают систему дифференциальных уравнений.

## 1.6. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Продуктивный пласт или выделенную из него часть можно рассматривать как некоторую область пространства, ограниченную поверхностями - границами. Границы могут быть непроницаемыми для жидкостей или газов, например кровля и подошва пласта, сбросы и поверхности выклинивания. Граничной поверхностью является также поверхность, по которой пласт сообщается с областью питания (с дневной поверхностью, с естественным водоемом), это так называемый контур питания; стенка скважины является внутренней границей пласта.

Чтобы получить решение системы уравнений, к ней необходимо добавить начальные и граничные (краевые) условия.

**Начальное условие** заключается в задании искомой функции во всей области в некоторый момент времени, принимаемый за начальный. Например, если искомой функцией является пластовое давление, то начальное условие может иметь вид

$$p = p_0(x, y, z). \text{ при } t = 0, \quad (1.56)$$

то есть в начальный момент задается распределение давления во всем пласте.

Если в начальный момент пласт невозмущен, то начальное условие примет вид

$$p = p_k = \text{const при } t = 0. \quad (1.57)$$

Граничные (краевые) условия задаются на границах пласта. Число граничных условий должно быть равно порядку дифференциального уравнения по координатам.

Возможны следующие граничные условия.

**Граничные условия первого рода.** На границе задаются значения давления:

$$p|_{\Gamma} = p(\Gamma, t). \quad (1.58)$$

**Граничные условия второго рода.** На границе задаются значения нормальной скорости к границе:

$$u_n|_{\Gamma} = u_n(\Gamma, t). \quad (1.59)$$

Так, как по закону Дарси скорость фильтрации связана с градиентом давления, то это граничное условие можно записать в следующем виде:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma} = f(\Gamma, t). \quad (1.60)$$

**Граничные условия третьего рода.** Это граничное условие является комбинацией первых двух и в практике встречается редко.

$$\left( \delta p + \nu \frac{\partial p}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma} = f(\Gamma, t), \quad (1.61)$$

Рассмотрим граничные условия в случае притока к галерее. Галерея имеет две границы, одна при  $x = 0$ , а вторая (контур питания)  $x = L$ . Поэтому необходимо поставит по одному граничному условию на каждой границе. На контуре питания ставится условие постоянство давления или условие

непроницаемости границы

$$p(L, t) = p_k \text{ или } u_x(L, t) = 0. \quad (1.62)$$

Скорость фильтрации связана с градиентом давления, поэтому второе граничное условие записывается в виде:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=L} = 0. \quad (1.63)$$

На самой галерее ставится условие постоянства давления или задается расход, с которым работает галерея  $Q_0$ .

$$p(0, t) = p_r \text{ или } Q(0, t) = Q_0 = u_x \text{ ш} = - \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial x} B h \Big|_{x=0}. \quad (1.64)$$

Второе граничное условие можно записать в виде:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{Q_0 m}{k B h}. \quad (1.65)$$

Рассмотрим граничные условия в случае притока к скважине. В этом случае также имеются две границы, одна на боковой поверхности скважины при  $r = r_c$ , а вторая на контуре питания  $r = R_k$ . На контуре питания ставится условие постоянства давления или условие непроницаемости границы

$$p(R_k, t) = p_k \text{ или } u_r(R_k, t) = 0. \quad (1.66)$$

Скорость фильтрации связана с градиентом давления, поэтому второе граничное условие записывается в виде:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R_k} = 0. \quad (1.67)$$

На самой скважине ставится условие постоянства давления или задается расход  $Q_0$ , с которым она работает

$$p(r_c, t) = p_c \text{ или } Q(r_c, t) = Q_0 = u_r \text{ ш} = - \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial r} 2 p r h \Big|_{r=r_c}. \quad (1.68)$$

Второе граничное условие можно записать в виде:

$$\left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_c} = \frac{Q_0 m}{2 p k h}. \quad (1.69)$$

Примеры и задачи

### Пример 1.1.

Определить скорость фильтрации и действительная скорость движения газа у стенки гидродинамически совершенной скважины, если известно, что толщина пласта  $h = 10$  м, коэффициент пористости  $m = 12\%$ , радиус скважины  $r_c = 0,1$  м, массовый дебит газовой скважины  $Q_m = 50$  т/сут, плотность газа при атмосферном давлении ( $p_{ат} = 0,1013$  МПа)  $\rho = 0,8$  кг/м<sup>3</sup>. Абсолютное давление на скважине равно  $p_c = 10$  МПа.

Решение:

Массовый расход в системе СИ равен

$$Q_m = 50 \text{ т/сут} = 50 \cdot 1000 / 86400 = 0,589 \text{ кг/с.}$$

По уравнению неразрывности потока при установившемся движении массовый расход в любом поперечном сечении потока одинаков. Поэтому массовый расход газа на боковой поверхности скважины будет равен:

$$Q_{mc} = Q_m = 0,589 \text{ кг/с.}$$

Плотность газа в этом поперечном сечении равна:

$$\rho_c = \rho_{ат} p_c / p_{ат} = 0,8 \cdot 10 \cdot 10^6 / 0,1013 \cdot 10^6 = 80,0 \text{ кг/м}^3,$$

Приток к скважине представляет собой плоскорадиальный поток. Поэтому площадь поперечного сечения равна  $\omega = 2 \pi r_c h$ . Объемный расход на забое скважины связан с массовым расходом соотношением  $Q_c = Q_m / \rho_c$ . Тогда скорость фильтрации будет определяться:

$$u = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q_m}{\rho_c \omega} = \frac{Q_m}{\rho_c 2 \pi r_c h} = \frac{0,589}{80,0 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 10} = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

Действительная скорость движения нефти

$$v = u/m = 1,17 \cdot 10^{-3} / 0,12 = 9,77 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

Ответ:  $u = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ м/с. } v = 9,77 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$

### Пример 1.2.

Вертикальная труба, содержащая пористую среду, заполнена водой. Верхний и нижний торец трубы открыт. Определить скорость фильтрации, если известно, что коэффициент проницаемости  $k = 0,2 \text{ мкм}^2$ , а динамическая вязкость и плотность воды  $\mu = 0,98 \text{ мПа с, } \rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Решение:

Выберем плоскость сравнения по нижнему торцу трубы. Длину трубы обозначим через  $L$ . Приведенные давления на верхнем торце соответственно равны

$$p_1^* = p_1 + \rho g z_1 = p_{ат} + \rho g L,$$

$$p_2^* = p_2 + \rho g z_2 = p_{ат} + \rho g 0 = p_{ат}.$$

Тогда по закону Дарси:

$$u = \frac{k}{m} \frac{(p_1^* - p_2^*)}{L} = \frac{k}{m} \frac{(p_{ат} + \rho g L - p_{ат})}{L} = \frac{k \rho g L}{m L} = \frac{k \rho g}{m} =$$

$$= \frac{0,2 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot 9,81}{0,98 \cdot 10^{-3}} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.}$$

Ответ:  $u = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.}$

### Пример 1.3.

Давление вокруг скважины в горизонтальном пласте распределяется по закону

$$p = p_c + \frac{(p_k - p_c)}{\ln(R_k/r_c)} \ln(r/r_c).$$

Определить скорость фильтрации и дебит на скважине и на расстоянии 20 м, если известно, что коэффициент проницаемости  $k = 0,2 \text{ мкм}^2$ , динамическая вязкость нефти  $\mu = 20 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  и толщина пласта  $h = 7 \text{ м}$ . Радиус скважины и контура питания соответственно равны  $r_c = 0,1$  и  $R_k = 100 \text{ м}$ . Давление на скважине и контуре питания  $p_c = 10 \text{ МПа}$  и  $p_k = 20 \text{ МПа}$ .

Решение:

В горизонтальном пласте приведенное давление совпадает с абсолютным. По закону Дарси скорость фильтрации определяется:

$$u = -\frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{k}{m} \frac{\partial}{\partial r} \left( p_c + \frac{(p_k - p_c)}{\ln(R_k/r_c)} \ln(r/r_c) \right) = -\frac{k (p_k - p_c)}{m \ln(R_k/r_c)} \frac{1}{r}.$$

Тогда скорости фильтрации будут равны:

$$r = 0,1 \text{ м}, u_1 = -\frac{k (p_k - p_c)}{m \ln(R_k/r_c)} \frac{1}{r} = -\frac{0,2 \cdot 10^{-12} (20 - 10) \cdot 10^6}{20 \cdot 10^{-3} \ln(100/0,1)} \frac{1}{0,1} = -1,44 \cdot 10^{-4} \text{ м/с};$$

$$r = 20 \text{ м}, u_2 = -\frac{0,2 \cdot 10^{-12} (20 - 10) \cdot 10^6}{20 \cdot 10^{-3} \ln(100/0,1)} \frac{1}{20} = -0,72 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

Дебита в данных сечениях будут равны

$$Q_1 = u_1 2 \pi r_1 h = -1,44 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 7 = -6,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

$$Q_2 = u_2 2 \pi r_2 h = -0,72 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 7 = -6,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Знак дебита отрицательный так, как вектор скорости направлен против выбранной оси - радиуса.

$$\text{Ответ: } u_1 = -1,44 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}, u_2 = -0,72 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}, Q = -6,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

#### Пример 1.4.

На Рис. 1.4 показана карта изобар в горизонтальном пласте. Определить скорость фильтрации в направлении вектора  $\mathbf{n}_1$ , если известно, что коэффициент проницаемости  $k = 0,250 \text{ мкм}^2$ , динамическая вязкость нефти  $\mu = 20 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ . Давления на карте изобар – МПа.

Решение:

Выбираем две точки на двух ближайших изобарах вдоль вектора. Давление на изобаре вдоль вектора обозначим  $p(s + \Delta s) = 17 \text{ МПа}$ . Давление на изобаре откуда выходит вектор  $p(s) = 16 \text{ МПа}$ . Находим расстояние между этими точками  $\Delta S = 20$ . По закону Дарси скорость фильтрации  $u$  определяется:

$$u_{\text{ср}} = -\frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial s} \approx -\frac{k (p(s + \Delta s) - p(s))}{m \Delta s} = -\frac{0,250 \cdot 10^{-12} (17 - 16) \cdot 10^6}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = -3,12 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}.$$

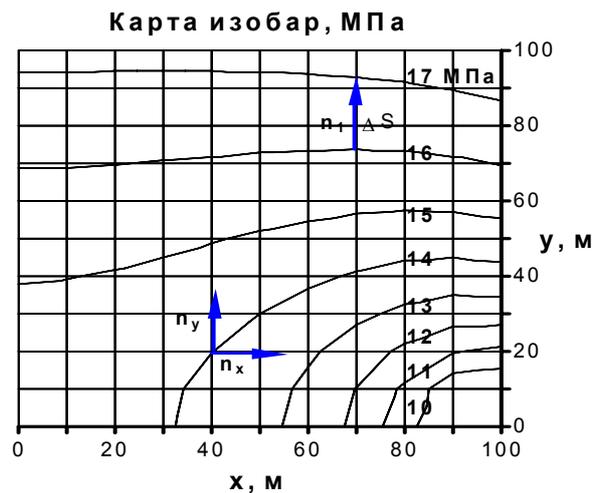


Рис. 1.4.

Знак скорости отрицательный, поэтому жидкость фильтруется в направлении обратном направлению стрелки.

Ответ:  $u_{cp} = -3,12 \cdot 10^{-7}$  м/с.

### Пример 1.5.

Дебит газовой скважины, приведенный к атмосферному давлению при стандартных условиях  $Q_{ат.ст} = 2$  млн. м<sup>3</sup>/сут, абсолютное давление на забое  $p_c = 12$  МПа, толщина пласта  $h = 10$  м, коэффициент пористости пласта  $m = 12\%$ , коэффициент проницаемости  $k = 0,5$  мкм<sup>2</sup>, плотность газа при стандартных условиях  $\rho_{ст} = 0,750$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости в пластовых условиях  $\mu = 0,015$  мПа·с, температура пласта 45°C.

Определить, нарушается ли закону Дарси в призабойной зоне совершенной скважины радиусом  $r_c = 0,10$  м.

Решение:

Определим массовый дебит газа:

$$Q_m = Q_{ат.ст} \rho_{ст} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,750}{86400} = 17,4 \text{ кг/с.}$$

Площадь поперечного сечения на забое скважины

$$\omega = 2 \pi r_c h = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 10 = 6,28 \text{ м}^2.$$

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{10}{\text{м}^{2,3}} \frac{Q_m \sqrt{k}}{\text{м}\omega} = \frac{10 \cdot 17,4 \sqrt{0,5} 10^{-12}}{0,12^{2,3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 6,28} = 171 > Re_{кр} = 1.$$

Ответ: в призабойной зоне закон Дарси нарушается.

### Задача 1.1

По керну диаметром 2 см и длиной 5 см за десять минут прокачано 0,6 см<sup>3</sup> воды. Абсолютное давление на входе 0,5 МПа, а на выходе 0,1 МПа. Определить действительную скорость и скорость фильтрации на входе в керн, если пористость керна 10%.

### Задача 1.2

По керну диаметром 2 см и длиной 5 см за десять минут прокачано 600 см<sup>3</sup> газа при стандартных условиях. Абсолютное давление на входе 0,5 МПа, а на выходе 0,1 МПа. Определить действительную скорость и скорость фильтрации на входе в керн, если пористость керна 10%.

### Задача 1.3

По керну диаметром 2 см и длиной 5 см за десять минут прокачано 600 см<sup>3</sup> газа при стандартных условиях. Абсолютное давление на входе 0,5 МПа, а на выходе 0,1 МПа. Определить действительную скорость и скорость фильтрации на выходе из керна, если пористость керна 10%.

### Задача 1.4

Нефтяная галерея в пласте толщиной 10 м за месяц дает 8000 тонн нефти

плотностью  $780 \text{ кг/м}^3$ . Ширина галерея 100 м, длина 300 м, пористость пласта 15%. Определить действительную скорость и скорость фильтрации на галерее.

#### Задача 1.5

Газовая галерея в пласте толщиной 12 м за месяц дает 9000 тонн газа плотностью, при атмосферном давлении,  $0,75 \text{ кг/м}^3$ . Ширина галерея 100 м, длина 300 м, пористость пласта 15%, давление на галерее  $p_r = 4 \text{ МПа}$ . Определить действительную скорость и скорость фильтрации на галерее.

#### Задача 1.6

Газовая галерея в пласте толщиной 15 м за сутки дает 800 тыс.  $\text{м}^3$  газа плотностью, при атмосферном давлении,  $0,75 \text{ кг/м}^3$ . Ширина галерея 100 м, длина 300 м, пористость пласта 15%, давление на контуре питания  $p_k = 8 \text{ МПа}$ . Определить действительную скорость и скорость фильтрации на контуре питания.

#### Задача 1.7

Нефтяная совершенная скважина радиусом 0,1 м в пласте толщиной 10 м за один час дает  $2 \text{ м}^3$  нефти. Определить скорость фильтрации и действительную скорость на скважине, если пористость пласта 15%.

#### Задача 1.8

Нефтяная скважина радиусом 0,1 м в пласте толщиной 8 м за 1 час дает  $3 \text{ м}^3$  нефти и вскрывает пласт на 3 метра. Определить скорость фильтрации и действительную скорость на скважине, пористость пласта 20%

#### Задача 1.9

Определить среднее значение скорости фильтрации на боковой поверхности гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия нефтяной скважины, если толщина пласта  $h = 25 \text{ м}$ , плотность перфорации  $n_p = 10 \text{ отв/м}$  с диаметром отверстий  $d_p = 1 \text{ см}$ , дебит жидкости  $Q = 250 \text{ м}^3/\text{сут}$ .

#### Задача 1.10

За десять дней из скважины добыт объем газа (приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре)  $W_{ат} = 15 \text{ млн.м}^3$ , радиус контура питания  $r_k = 200 \text{ м}$ , толщина пласта  $h = 20 \text{ м}$ , абсолютное давление газа на контуре  $p_k = 15 \text{ МПа}$ . Скорость фильтрации и действительную скорость газа на контуре питания.

#### Задача 1.11

Определить скорость фильтрации и среднюю скорость движения при плоскорадиальной фильтрации газа к скважине в точке на расстоянии  $r = 150 \text{ м}$  от центра скважины, если давление в этой точке равно  $p = 8 \text{ МПа}$ , толщина пласта  $h = 12 \text{ м}$ , пористость его  $m = 20\%$ , а приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре дебит  $Q_{ат} = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $p_{ат} = 0,1 \text{ МПа}$ .

#### Задача 1.12

Газовая скважина радиусом 0,1 м в пласте толщиной 20 м за сутки дает

80 тонн газа плотностью  $\rho_{\text{ат}} = 0,8 \text{ кг/м}^3$  и вскрывает пласт на 3 метра. Скважина несовершенна по характеру вскрытия и вскрытая часть скважины имеет плотность перфорации  $n_{\text{п}} = 10$  отв/м с диаметром отверстий  $d_{\text{п}} = 1$  см. Определить скорость фильтрации и действительную скорость на скважине, если давление на скважине 10 МПа, пористость пласта 20%.

#### Задача 1.13

Определить коэффициент пористости, зная, что действительная скорость движения через образец, определяемая при помощи индикатора, равна  $v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}$ , коэффициент проницаемости  $k = 0,2 \text{ мкм}^2$ , вязкость жидкости  $\mu = 4 \text{ мПа}\cdot\text{с}$  и разность давлений  $\Delta p = 2 \text{ МПа}$  при длине образца  $L = 15 \text{ см}$ .

Указание: Найти скорость фильтрации и сравнить с действительной скоростью.

#### Задача 1.14

В нефтяной галерее давление распределяется по закону  $p(x) = p_{\text{к}} - (p_{\text{к}} - p_{\text{г}}) x/L$ . Определить скорость фильтрации на расстоянии  $x = 50 \text{ м}$  от контура питания, если давление на контуре питания  $p_{\text{к}} = 8 \text{ МПа}$ , давление на галерее  $p_{\text{г}} = 4 \text{ МПа}$ , длина галереи 200 м, проницаемости пласта  $k = 1 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu = 2 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.15

В газовой галерее давление распределяется по закону  $p(x)^2 = p_{\text{к}}^2 - (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{г}}^2) x/L$ . Определить скорость фильтрации на расстоянии  $x = 50 \text{ м}$  от контура питания, если давление на контуре питания  $p_{\text{к}} = 9 \text{ МПа}$ , давление на галерее  $p_{\text{г}} = 3 \text{ МПа}$ , длина галереи 200 м, проницаемости пласта  $k = 0,1 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,015 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.16

Вокруг нефтяной скважины давление меняется по закону  $p(r) = p_{\text{к}} - (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}) \ln(R_{\text{к}}/r)/\ln(R_{\text{к}}/r_{\text{с}})$ . Определить скорость фильтрации на расстоянии  $r = 10 \text{ м}$  от скважины, если давление на контуре питания  $p_{\text{к}} = 18 \text{ МПа}$ , давление на скважине  $p_{\text{с}} = 14 \text{ МПа}$ , радиус контура питания 100 м, проницаемости пласта  $k = 0,3 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 6,28 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.17

Вокруг газовой скважины давление меняется по закону  $p^2(r) = p_{\text{с}}^2 + (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2) \ln(r/r_{\text{с}})/\ln(R_{\text{к}}/r_{\text{с}})$ . Определить скорость фильтрации на расстоянии  $r = 10 \text{ м}$  от скважины, если давление на контуре питания  $p_{\text{к}} = 12 \text{ МПа}$ , давление на скважине  $p_{\text{с}} = 6 \text{ МПа}$ , радиус контура питания 100 м, проницаемости пласта  $k = 0,4 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,02 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.18

Модель пласта представляет собой трубу диаметром 200 мм и длиной 2 м заполненную песком. Труба установлена вертикально. На верхнем конце модели поддерживается манометрическое давление 30 кПа, а нижний конец модели

открыт. Определить скорость фильтрации и расход воды, если проницаемости модели  $k = 0,4 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости воды  $\mu = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.19

Определить величину и направление скорости фильтрации в точке **A** (Рис. 1.5.), если проницаемость пласта равна  $0,12 \text{ мкм}^2$ , а вязкость нефти  $15 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ . Нарисовать вектор скоростей.

Указание. Найти скорости фильтрации вдоль осей  $x$  и  $y$ .

#### Задача 1.20

Определить величину и направление скорости фильтрации в точке **B** (Рис. 1.5.), если проницаемость пласта равна  $0,15 \text{ мкм}^2$ , а вязкость нефти  $15 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ . Нарисовать вектор скоростей.

Указание. Найти скорости фильтрации вдоль осей  $x$  и  $y$ .

#### Задача 1.21

Определить величину и направление скорости фильтрации в точке **C** (Рис. 1.5.), если проницаемость пласта равна  $0,16 \text{ мкм}^2$ , а вязкость нефти  $15 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ . Нарисовать вектор скоростей.

Указание. Найти скорости фильтрации вдоль осей  $x$  и  $y$ .

#### Задача 1.22

Определит приведенное относительно ВНК (водонефтяного контакта) давление, в трех наблюдательных скважинах. Манометрические давления в скважинах  $p_{m1} = 18,3 \text{ МПа}$ ,  $p_{m2} = 18,7 \text{ МПа}$ ,  $p_{m3} = 17,3 \text{ МПа}$ . Глубины спуска манометров  $H_1 = 2180 \text{ м}$ ,  $H_2 = 2280 \text{ м}$ ,  $H_3 = 2020 \text{ м}$ . Водонефтяной контакт находится на глубине  $2320 \text{ м}$ . Укажите направление скоростей фильтрации между скважинами. Плотность нефти принять равной  $750 \text{ кг/м}^3$ .

#### Задача 1.23

Вокруг двух скважин приведенное давление меняется по закону  $p(x,y) = p_k + \Delta p_1 \ln((x-a)^2 + y^2) + \Delta p_2 \ln((x+a)^2 + y^2)$ . Определить скорость фильтрации в точке с координатами  $x = 20 \text{ м}$ ,  $y = 100 \text{ м}$ , если  $\Delta p_1 = \Delta p_2 = 2,6 \text{ МПа}$ ,  $a = 100 \text{ м}$ , проницаемости пласта  $0,4 \text{ мкм}^2$ , динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 22 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

#### Задача 1.24

Вокруг двух скважин приведенное давление меняется по закону  $p(x,y) = p_k + \Delta p_1 \ln((x-a)^2 + y^2) + \Delta p_2 \ln((x+a)^2 + y^2)$ . Определить скорость фильтрации в точке с координатами  $x = 20 \text{ м}$ ,  $y = 100 \text{ м}$ , если  $\Delta p_1 = 4,5 \text{ МПа}$ ,

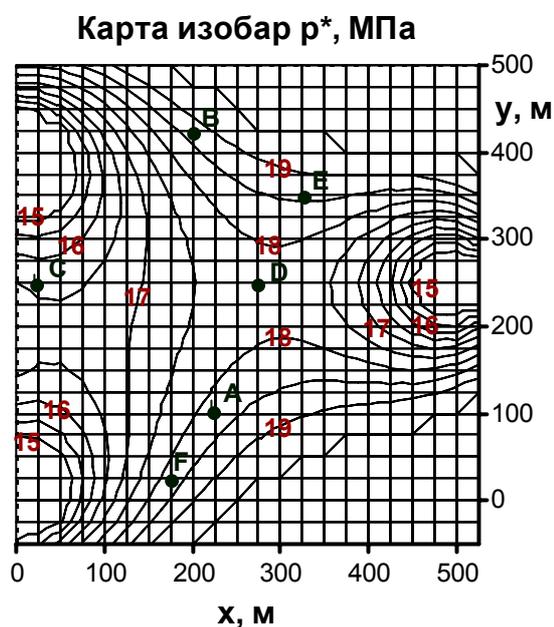


Рис. 1.5.

$\Delta p_2 = -4,5$  МПа,  $a = 100$  м, проницаемости пласта  $0,24$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с.

#### Задача 1.25

Определить значение числа Рейнольдса у стенки гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия нефтяной скважины если известно, что эксплуатационная колонна перфорирована, на каждом погонном метре колонны прострелено 10 отверстий диаметром  $d_n = 10$  мм, толщина пласта  $h = 15$  м, проницаемость пласта  $k =$  мкм<sup>2</sup>, пористость его  $m = 18\%$ , коэффициент вязкости нефти  $\mu = 4$  мПа·с, плотность нефти  $\rho = 870$  кг/м<sup>3</sup> и дебит скважины составляет  $140$  м<sup>3</sup>/сут.

## 2. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЗАКОНУ ДАРСИ

Дифференциальные уравнения установившегося движения. Одномерные фильтрационные потоки: плоскопараллельный, плоскорадиальный и сферический. Формулы дебита, распределения давления, скорости фильтрации, времени движения частиц. Индикаторные линии. Фильтрация в слоистых и зонально-неоднородных пластах. Средняя проницаемость пласта. Приток жидкости к несовершенным скважинам. Виды несовершенства. Опыты Щурова. Приведенный радиус скважины.

### 2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ

Дифференциальное уравнение неразрывности потока выведено в параграфе 1.4. Если происходит установившееся фильтрация, то в этом уравнении производная по времени будет равна нулю. Если жидкость несжимаема, а пористая среда недеформируемая и однородна, то плотность, вязкость жидкости и проницаемость пласта постоянны и их можно вынести из-под знака дифференциала и уравнение неразрывности примет вид:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \operatorname{div}(\vec{u}) = 0. \quad (2.1)$$

Подставим в это уравнение скорости фильтрации, найденные из закона Дарси (п. 1.2), получим дифференциальное уравнение установившегося движения:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} p) = \Delta p = 0. \quad (2.2)$$

Это уравнение называется уравнением Лапласа. Уравнение Лапласа – линейное дифференциальное уравнение так, как сумма решений уравнения Лапласа также является решением этого уравнения. На этом свойстве основан метод суперпозиции (наложения) решений, который будет использоваться в дальнейшем (п.4.1).

В случае притока к галерее, уравнение Лапласа запишется:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

а для скважины

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0 \quad (2.4)$$

Для простых фильтрационных потоков установившегося движения несжимаемой жидкости уравнение неразрывности удобно записывать в интегральном виде:

$$Q = u \omega = \operatorname{const} \quad (2.5)$$

Одномерные фильтрационные потоки

### 1.2.1. Плоскопараллельный поток (приток к галерее)

Пусть в горизонтальном пласте постоянной толщины  $h$ , ширины  $B$ , длины  $L$  и проницаемости  $k$  происходит фильтрация несжимаемой жидкости, которая имеет вязкость  $\mu$ . На левой граница пласта в сечении  $x = 0$ , совпадающем с контуром питания, поддерживается постоянное давление  $p_k$ , а на правой границе в сечении  $x = L$ , поддерживается постоянное давление  $p_r$  (здесь расположена добывающая галерея) (Рис. 2.1). Направим ось координат  $Ox$  вдоль направления движения жидкости, ось  $Oy$  — вдоль контура питания. Для полного исследования такого потока, как было выяснено ранее, достаточно изучить движение жидкости вдоль оси  $Ox$ . Математическая постановка задачи описывается следующими уравнениями.

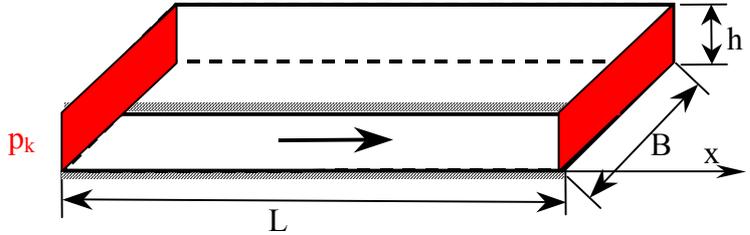


Схема притока к галерее  
Рис. 2.1

Уравнение неразрывности потока, которое при фильтрации несжимаемой жидкости удобно записать в интегральной форме:

$$Q = u_x \cdot \omega = u_x \cdot B h = \text{const.} \quad (2.6)$$

Законом фильтрации - законом Дарси:

$$u_x = - \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.7)$$

А также граничными условиями

$$p(0) = p_k, \quad p(L) = p_r. \quad (2.8)$$

Требуется найти распределение давления по пласту и дебит галереи.

Для решения полученной задачи подставим закон Дарси в уравнение неразрывности. Тогда получим дифференциальное уравнение первого порядка, которое легко интегрируется:

$$Q = - \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial x} B h = \text{const}, \quad (2.9)$$

$$p(x) = - \frac{mQ}{k B h} x + c.$$

Используя граничное условие на контуре питания

$$p(0) = p_k = - \frac{mQ}{k B h} \cdot 0 + c \quad (2.10)$$

получим, что постоянная интегрирования равна  $c = p_k$ . Тогда распределение давления по пласту запишется

$$p(x) = p_k - \frac{mQ}{k B h} x. \quad (2.11)$$

Откуда видно, что давление в пласте при плоскопараллельной фильтрации

меняется по линейному закону. Используя второе граничное условие, найдем дебит галереи

$$Q = \frac{k (p_k - p_r)}{m L} B h. \quad (2.12)$$

Формулой для распределения давления (2.11) удобно пользоваться, если известно давление на контуре и дебит галереи. Если известны давления на контуре и на галереи удобнее из формулы (2.11) исключить расход

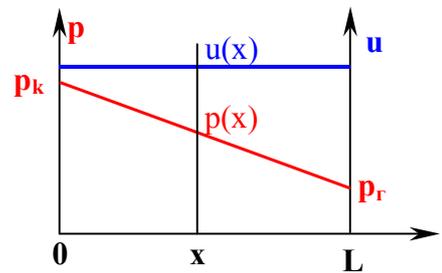
$$p(x) = p_k - \frac{(p_k - p_r)}{L} x. \quad (2.13)$$

При известных значениях давления на галереи и дебите получим

$$p(x) = p_r + \frac{Q m}{k B h} (L - x). \quad (2.14)$$

Если координата  $x$  будет отсчитываться не от контура питания, а от галереи, то в выше приведенных формулах необходимо заменить  $x \Rightarrow L - x$ .

Скорость фильтрации можно найти или по закону Дарси, или используя уравнение неразрывности потока



Изменение давления и скорости по длине галереи при фильтрации нефти  
Рис. 2.2

$$u_x = - \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{Q}{B h} = \frac{k (p_k - p_r)}{m L}. \quad (2.15)$$

Из последнего выражения видно, что скорость фильтрации одинакова во всех точках пласта и не зависит от координаты  $x$ .

Найдем время вытеснения нефти водой при постоянном расходе галереи от контура питания до расстояния  $x$ . Считая вытеснение поршневым, получим, что за время  $t$  скважина добудет объем нефти  $Q t$ . А из пласта будет отобран объем нефти, которая находилась в порах пласта  $m B h x$ . Так, как это объемы одинаковы, то:

$$Q t = m B h x \quad \text{и} \quad t = \frac{m B h x}{Q} = \frac{m m L x}{k (p_k - p_r)}. \quad (2.16)$$

Полное время вытеснения нефти при поршневом вытеснении получим, если в последнюю формулу подставим  $x = L$ .

### 1.2.2. Плоскорадиальный поток (приток к скважине)

Пусть в горизонтальном пласте постоянной толщины  $h$  и проницаемости  $k$  происходит фильтрация несжимаемой жидкости с вязкостью  $\mu$  к совершенной скважине радиусом  $r_c$  на которой поддерживается давление  $p_c$ . На расстоянии  $R_k$  от скважины находится круговой контур питания на котором поддерживается давление  $p_k$ . (Рис. 2.3). Направим ось координат  $Or$  от скважины. Для полного исследования такого потока, как было выяснено ранее, достаточно изучить движение жидкости вдоль оси  $Or$ . Площадь поперечного сечения на радиусе  $r$  представляет боковую поверхность цилиндра и равна  $\omega = 2 \pi r h$ . Математическая постановка задачи описывается следующими уравнениями.

Уравнение неразрывности потока, которое при фильтрации несжимаемой жидкости удобно записать в интегральной форме:

$$Q = u_r \omega = u_r 2 \pi r h = \text{const.} \quad (2.17)$$

Законом фильтрации - законом Дарси. Так, как фильтрация происходит против направления оси  $Or$ , то скорости фильтрации, а соответственно и расходы будут отрицательными. Поэтому в законе Дарси опустим знак минус.

$$u_r = \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (2.18)$$

А также граничными условиями

$$p(R_k) = p_k, p(r_c) = p_c. \quad (2.19)$$

Требуется найти распределение давления по пласту и дебит скважины.

Для решения полученной задачи подставим закон Дарси в уравнение неразрывности. Тогда получим дифференциальное уравнение первого порядка, которое легко интегрируется:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial r} 2 \pi r h = \text{const,} \\ \partial p &= \frac{mQ}{2 \pi k h} \frac{\partial r}{r}, \\ p(r) &= \frac{mQ}{2 \pi k h} \ln(r) + c. \end{aligned} \quad (2.20)$$

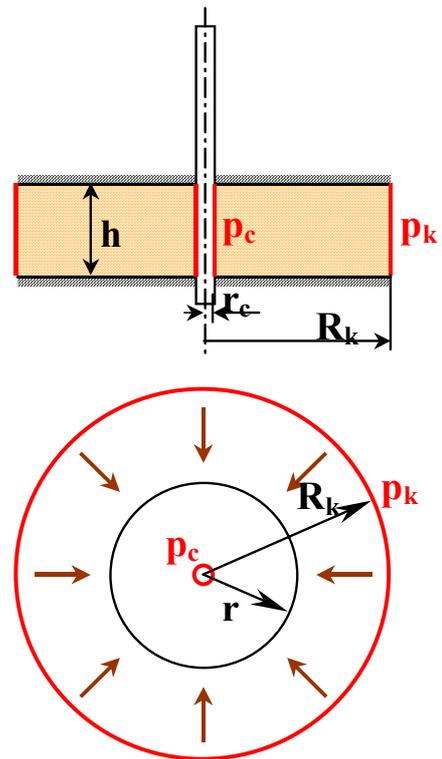


Схема притока к скважине  
Рис. 2.3

Из граничного условия на контуре питания получим:

$$p(R_k) = p_k = \frac{mQ}{2 p k h} \ln(R_k) + c. \quad (2.21)$$

Для исключения постоянной интегрирования 'с' вычтем из уравнения (2.16) уравнение (2.15). При этом воспользуемся свойством логарифмов  $\ln(R_k) - \ln(r) = \ln(R_k/r)$ .

$$p_k - p(r) = \frac{mQ}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (2.22)$$

Тогда распределение давления по пласту запишется

$$p(r) = p_k - \frac{mQ}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (2.23)$$

Откуда видно, что давление в пласте при плоскопараллельной фильтрации меняется по логарифмическому закону. Используя второе граничное условие, найдем дебит скважины

$$Q = \frac{2 p k h (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}. \quad (2.24)$$

Формулой для распределения давления (2.23) удобно пользоваться, если известно давление на контуре и дебит скважины. Если известны давления на контуре и на скважине удобнее из формулы (2.24) исключить расход

$$p(r) = p_k - \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (2.25)$$

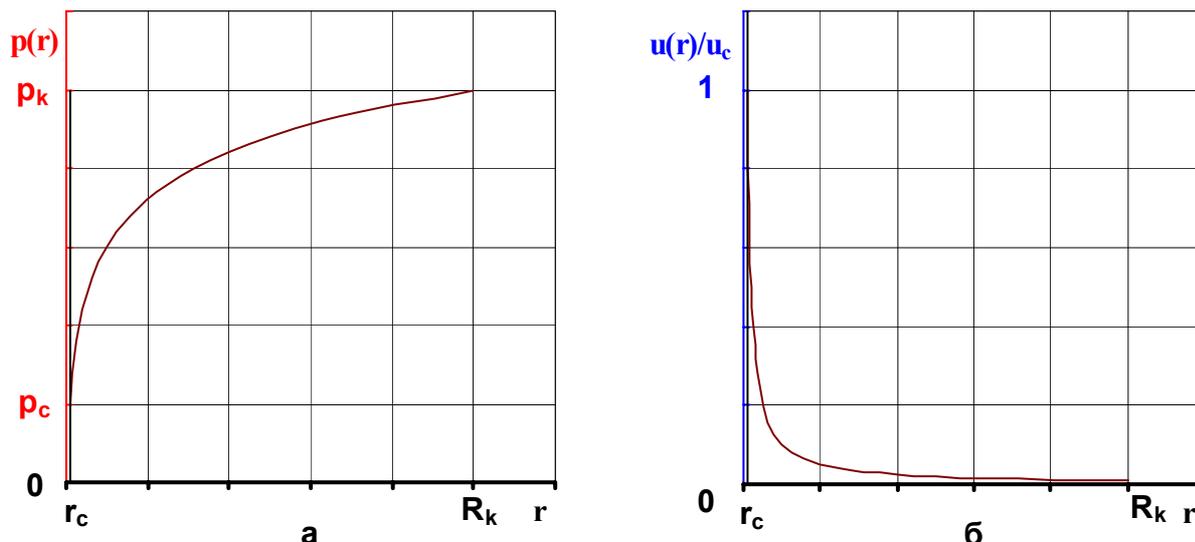
При известных значениях давления на скважине и дебите получим

$$p(r) = p_c + \frac{mQ}{2 p k h} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right). \quad (2.26)$$

Скорость фильтрации можно найти или по закону Дарси, или используя уравнение неразрывности потока

$$u_r = \frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{Q}{2 p r h} = \frac{k (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \frac{1}{r}. \quad (2.27)$$

Из последнего выражения видно, что скорость фильтрации уменьшается обратно пропорционально расстоянию от скважины.



Распределение давления а) и отношение скорости фильтрации в пласте к скорости фильтрации на скважине б) для нефтяной скважины

Рис. 2.4

Найдем время вытеснения нефти водой при постоянном расходе галереи от контура питания до расстояния  $r$ . Считая вытеснение поршневым, получим, что за время  $t$  скважина добудет объем нефти  $Q t$ . А из пласта будет отобран объем нефти, которая находилась в порах пласта  $\pi (R_k^2 - r^2) h m$ . Так, как это объемы одинаковы, то:

$$t = \frac{\pi (R_k^2 - r^2) h m}{Q} = \frac{m (R_k^2 - r^2)}{2 k (p_k - p_r)} \ln \left( \frac{R_k}{r_c} \right) \quad (2.28)$$

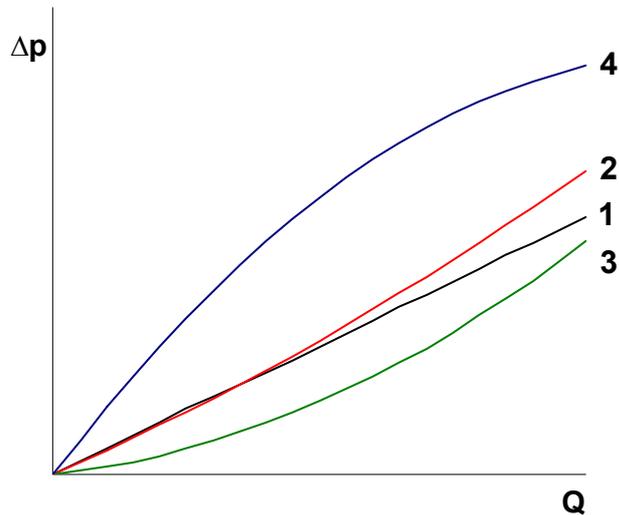
Полное время вытеснения нефти при поршневом вытеснении получим, если в последнюю формулу подставим  $r = r_c$ .

### 1.2.3. Исследование нефтяных скважин на стационарных режимах. Индикаторные диаграммы

Параметры пласта (проницаемость, толщина пласта) определяются на основании геофизических исследований скважин и исследовании кернов извлеченных из этих скважин. По результатам этих исследований значения параметров пласта аппроксимируются на весь пласт. Но аппроксимация и сами значения параметров определяются с ошибками, поэтому возникает необходимость в других методах определения параметров пласта. Одним из этих методов является исследование скважин на стационарных режимах. При исследовании в скважину спускают манометр и на скважине ставят штуцер (диафрагму с отверстием), который играет роль местного сопротивления. При изменении диаметра отверстия штуцера изменяется дебит скважины и давление на забое скважины. Если скважина закрыта, то давление в горизонтальном пласте одинаково и равно давлению на контуре питания, а дебит скважины равен нулю. Для каждого режима (диаметра отверстия штуцера) находят давление на забое скважины  $p_c$  и дебит  $Q$ . По результатам исследований строят индикаторную

диаграмму. Индикаторной диаграммой для нефтяной скважины называют зависимость перепада давлений (депрессии) от дебита скважины. Поэтому по известным давлениям на скважине и контурному давлению (давлению на забое закрытой скважины) находят депрессии на каждом режиме на скважине  $\Delta p = p_k - p_c$  и строят график зависимости  $\Delta p = \Delta p(Q)$ . Характерные типы индикаторных диаграмм приведены на Рис. 2.5.

Как следует из формулы Дюпюи, дебит скважины прямо пропорционален перепаду давления  $\Delta p$ , поэтому при выполнении закона Дарси индикаторная диаграмма является прямой линией - 1. При нарушении закона Дарси, у нефтяных скважин это происходит редко, индикаторная диаграмма отклоняется в сторону оси депрессий - 2. В этом случае обрабатываются только те точки, которые ложатся на прямую линию при малых дебитах. Если проницаемость пласта зависит от давления, то индикаторная кривая имеет вид - 3. Отклонение индикаторной кривой к оси дебитов линия - 4 обычно означает, что процесс исследования нестационарный. Поэтому необходимо провести исследование повторно, но увеличить время между изменениями режима. При фильтрации неньютоновских жидкостей она может иметь и более сложный вид.



Индикаторные диаграммы нефтяных скважин  
Рис. 2.5

Для определения параметров пласта необходимо по точкам при малых расходах провести прямую линию проходящую через начало координат. На этой линии необходимо выбрать любую точку и найти значения  $\Delta p^*$  и  $Q^*$ . По этим значениям найти коэффициент продуктивности нефтяной скважины  $K$ , который является отношением дебита скважины к перепаду давлений

$$K = \frac{Q^*}{\Delta p^*} \quad (2.29)$$

и имеет размерность  $\text{м}^3/(\text{с Па})$ . Величина обратная коэффициенту продуктивности называется фильтрационным сопротивлением

$$a = \frac{1}{K}. \quad (2.30)$$

Для нефтяных скважин при фильтрации по закону Дарси коэффициент продуктивности равен

$$K = \frac{2 p k h}{m \ln(R_k/r_c)}. \quad (2.31)$$

По известному значению коэффициента продуктивности или

фильтрационного сопротивления можно найти гидропроводность пласта  $kh/\mu$

$$\frac{kh}{m} = \frac{K \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{2p} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{2pa}. \quad (2.32)$$

Фильтрация в слоистых и зонально-неоднородных пластах

В природных условиях продуктивные нефтегазосодержащие пласты редко бывают однородными. Пористая среда называется неоднородной, если ее фильтрационные характеристики — проницаемость и пористость различны в разных областях.

Однако часто изменение проницаемости по пласту носит столь хаотичный характер, что значительные области пласта можно считать в среднем однородно проницаемыми. Характеристики фильтрационных потоков в таких пластах с большой точностью отвечают характеристикам потоков, установленных в предыдущем параграфе для строго однородных пластов.

Но нередко встречаются такие пласты, значительные области которых сильно отличаются друг от друга по фильтрационным характеристикам. Это так называемые макронеоднородные пласты, параметры которых существенно влияют на характеристики фильтрационных потоков.

В пластах — коллекторах нефти и газа выделяют следующие основные виды макронеоднородности.

**Слоистая неоднородность или неоднородность по толщине пласта.** В этом случае пласт разделяется по толщине на несколько слоев, в каждом из которых проницаемость в среднем постоянна, но отлична от проницаемости соседних слоев. Вследствие малости кривизны границы раздела между слоями с различными проницаемостями считают обычно плоскими. Таким образом, в модели слоистой пористой среды предполагается, что проницаемость изменяется только по толщине пласта и является кусочно-постоянной функцией вертикальной координаты. При этом можно считать, что пропластки разделены непроницаемыми границами (случай гидравлически изолированных слоев), либо учитывать перетоки между слоями с различными проницаемостями (случай гидродинамически сообщающихся пропластков).

В первом случае возможен расчет фильтрационных характеристик по одномерным моделям течения. Во втором случае точный учет перетоков флюида между пропластками требует решения двумерных задач фильтрации.

**Зональная неоднородность.** В этом случае пласт по площади состоит из нескольких зон (областей пласта) различной проницаемости. В пределах одной и той же зоны проницаемость в среднем одинакова, но на границе двух зон скачкообразно изменяется. Здесь, таким образом, имеет место неоднородность по площади пласта.

**Неоднородные пласты,** в которых проницаемость является известной непрерывной функцией  $k(x, y, z)$  координат точек области фильтрации.

Рассмотрим одномерные потоки несжимаемой жидкости в таких неоднородных пластах по закону Дарси.

### 1.2.4. Приток к скважине и галерее в неоднородном по толщине пласте

Пусть скважина вскрывает горизонтальный пласт, проницаемость которого меняется по толщине пласта  $k(z)$ . В пласте происходит фильтрация жидкости по закону Дарси. При этом на контуре питания  $R_k$  и на скважине  $r_c$  поддерживаются постоянные давления  $p_k$  и  $p_c$ . Также считаем, что перетоков в вертикальном направлении нет. Необходимо рассчитать дебит такой скважины и распределение давления вокруг скважины.

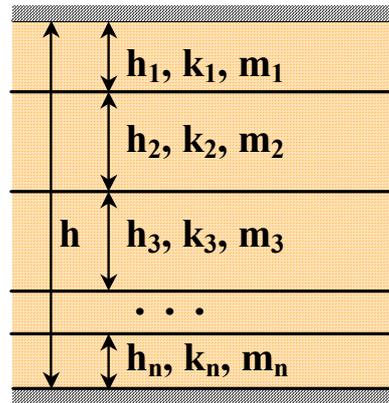


Схема неоднородного по толщине пласта

Рис. 2.6

На расстоянии  $z$  от подошвы пласта выберем пропласток толщиной  $dz$  проницаемость которого  $k(z)$ . Дебит этого пропластка  $dQ$  будет определяться по формуле Дюпюи:

$$dQ = \frac{2 p k(z) dz (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}. \quad (2.33)$$

Дебит всей скважины равняется сумме дебитов пропластков

$$Q = \int_0^h dQ = \int_0^h \frac{2 p k(z) dz (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{2 p \left( \int_0^h k(z) dz \right) (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}. \quad (2.34)$$

Будем считать, что этот неоднородный пласт является однородным пластом с проницаемостью  $k_{cp}$ . Тогда дебит такого пласта определяться по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2 p k_{cp} h (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}. \quad (2.35)$$

Сравнивая формулы для неоднородного и однородного пласта можно найти среднюю проницаемость

$$k_{cp} = \frac{1}{h} \int_0^h k(z) dz. \quad (2.36)$$

Если пласт состоит из  $n$  пропластков, каждый из которых имеет свою проницаемость  $k_i$  и толщину  $h_i$ , тогда средняя проницаемость находится:

$$k_{cp} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n k_i h_i. \quad (2.37)$$

Распределение в каждом из пропластков будет одинаково и давление в любой точке пласта находится по формуле:

$$p(r) = p_k - \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (2.38)$$

Градиент давления будет также одинаков во всех пропластках и равен

$$\frac{\partial p(r)}{\partial r} = \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \frac{1}{r}, \quad (2.39)$$

а скорости фильтрации в каждом пропластке разные, где проницаемость меньше, там и скорость фильтрации меньше

$$u_r(r) = \frac{k(z)}{\mu} \frac{\partial p(r)}{\partial r} = \frac{k(z)}{\mu} \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \frac{1}{r}. \quad (2.40)$$

Аналогичные рассуждения можно провести для случая притока к скважине. Тогда формула для дебита примет вид

$$Q = \frac{k_{cp}}{m} \frac{(p_k - p_r)}{L} B h, \quad (2.41)$$

причем средняя проницаемость определяется по тем же формулам, что и в случае притока к скважине. Распределение давления для всех пропластков будет одинаковым, а скорость фильтрации в пропластках разная:

$$p(x) = p_k - (p_k - p_r) \frac{x}{L},$$

$$u_x(z) = \frac{k(z)}{m} \frac{(p_k - p_r)}{L}. \quad (2.42)$$

Кажется, что если в пласте имеется высокопроницаемый пропласток, то средняя проницаемость пласта будет больше чем в однородном пласте и это должно привести к улучшению параметров разработки и увеличению дебитов скважин. На самом деле это не так, так как законтурная вода будет прорываться по высокопроницаемому пропластку в скважину и скважина обводнится. Так, как вязкость воды обычно в десятки раз больше вязкости нефти, то дебит воды будет еще больше, а дебиты нефти из менее проницаемых пропластков будут малы. Поэтому скважины приходится или закрывать или проводить изоляцию высокопроницаемого пропластка. Коэффициентом обводненности скважины  $\nu$  называется отношение дебита воды к дебиту жидкости, который равен сумме дебитов воды и нефти:

$$\nu = \frac{Q_B}{Q_B + Q_H}. \quad (2.43)$$

Одним из способов изоляции высокопроницаемых пропластков является закачка в пласт раствора полиакриламида обычно с соляной кислотой. Основная часть раствора проникает в пропластки с высокой проницаемостью, а остальная часть в остальные пропластки. При дальнейшем отборе жидкости из скважины из низкопроницаемых (нефтяных) пропластков полиакриламида вытесняется нефтью

почти полностью, а из высокопроницаемых (обводнившихся пропластков) полиакриламид водой не вытесняется и проницаемость участка пропластка, где находится раствор полиакриламида резко уменьшается и поэтому уменьшается обводненность скважины. В дальнейшем с течением времени вода огибает изолированный участок и обводненность скважины возрастает.

**Обратите внимание**, что для неоднородного по толщине пласта:

- Объемный расход по каждому пропластку разный;
- Распределение давления в каждом пропластке одинаково;
- Если проницаемость одного из пропластков равна нулю, то средняя проницаемость не равна нулю;
- Если проницаемость одного из пропластков стремится к бесконечности, то средняя проницаемость стремится к бесконечности;
- Наличие высокопроницаемых пропластков в пласте приводит к быстрой обводненности скважины.

### 1.2.5. Приток к скважине в зонально-неоднородном пласте

Пусть горизонтальный пласт постоянной толщиной  $h$  вскрыт скважиной радиусом  $r_c$ . Проницаемость пласта вокруг скважины зависит от расстояния до скважины  $k(r)$ . Давление на контуре питания и скважине  $p_k$  и  $p_c$ . Необходимо рассчитать дебит скважины и распределение давления вокруг скважины.

При фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход через любое поперечное сечение будет одинаковым. Считая, что фильтрация происходит по закону Дарси запишем:

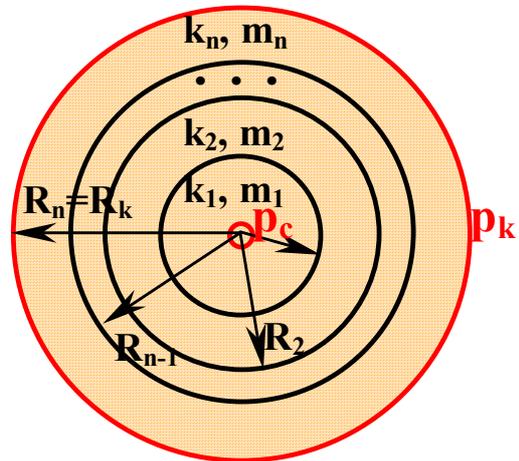


Схема зонально-неоднородного пласта при притоке к скважине

Рис. 2.7

$$Q = u_r \omega = \frac{k(r)}{m} \frac{dp}{dr} 2\pi r h = \text{const}(r). \quad (2.44)$$

Разделяя переменные в этом уравнении, получим:

$$dp = \frac{Q_m}{2\pi h} \frac{dr}{k(r)r}. \quad (2.45)$$

Интегрируя полученное уравнение по давлению от  $p_c$  до  $p(r)$ , а по радиусу от  $r_c$  до  $r$  найдем распределение давления по пласту

$$p(r) - p_c = \frac{Q_m}{2\pi h} \int_{r_c}^r \frac{dr}{k(r)r}. \quad (2.46)$$

Для нахождения расхода подставим в уравнение (2.40) граничное условие  $r = R_k$ ,  $p(R_k) = p_k$ : и найдем дебит скважины:

$$Q = \frac{2 p h (p_k - p_c)}{M \int_{r_c}^{R_k} \frac{d r}{k(r) r}}. \quad (2.47)$$

Будем считать, что этот неоднородный пласт является однородным пластом с проницаемостью  $k_{cp}$ . Тогда дебит такого пласта определяться по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2 p k_{cp} h (p_k - p_c)}{m \ln(R_k/r_c)}. \quad (2.48)$$

Сравнивая формулы для неоднородного и однородного пласта можно найти среднюю проницаемость

$$k_{cp} = \frac{\ln(R_k/r_c)}{\int_{r_c}^{R_k} \frac{d r}{k(r) r}}. \quad (2.49)$$

Рассмотрим частный случай, когда пласт вокруг скважины состоящий из  $n$  кольцеобразных зон. Внешний радиус  $i$  – кольцевой зоны  $R_i$ , проницаемостью  $k_i$ . Тогда интеграл в формуле расчета средней проницаемости можно разбить на сумму интегралов по каждой зоне, которые вычисляются:

$$\int_{r_c}^{R_k} \frac{d r}{k(r) r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \int_{R_{i-1}}^{R_i} \frac{d r}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right). \quad (2.50)$$

В этом случае среднюю проницаемость удобно рассчитать по формуле:

$$k_{cp} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)}, \quad (2.51)$$

а давление на внешнем радиусе  $j$  – той зоны

$$p(R_j) - p_c = \frac{Q_M}{2 p h} \sum_{i=1}^j \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right). \quad (2.52)$$

Последнюю формулу удобно использовать, если заданы дебиты и давление на скважине. Если же заданы давления на скважине и контуре питания, то из последней формулы удобно исключить дебит  $Q$ , тогда получим:

$$p(R_j) - p_c = (p_k - p_c) \frac{k_{cp}}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \sum_{i=1}^j \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right). \quad (2.53)$$

На Рис. 2.8 показано распределение давления вокруг скважины состоящей из двух пропластков с проницаемостями  $k_1$  и  $k_2$  для однородного пласта и двух

предельных случаев неоднородного пласта.

Зональная неоднородность рассмотренного выше типа в естественных условиях не встречается. Она вызвана искусственными причинами. При бурении скважины буровой раствор проникает в породу, поэтому проницаемость призабойной зоны резко уменьшается. Проницаемость также уменьшается при парафинизации призабойной зоны, выноса мелких фракций породы. При проведении солянокислотных обработок, гидроразрыве пласта проницаемость призабойной зоны увеличивается.

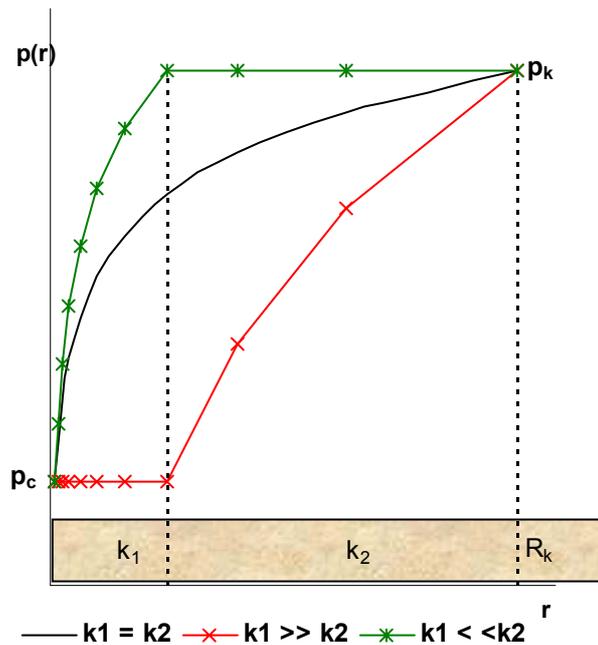
**Обратите внимание**, что для зонально-неоднородного пласта:

- Объемный расход по каждой зоне одинаков;
- Распределение давления в каждой зоне отличается от распределения давления в однородном пласте;
- Если проницаемость одной из зон равна нулю, то средняя проницаемость также равна нулю;
- Если проницаемость одной из зон стремится к бесконечности, то средняя проницаемость не стремится к бесконечности;
- Уменьшение проницаемости в призабойной зоне пласта приводит к уменьшению дебита скважины;
- В зоне с бесконечно большой проницаемостью падение давления равно нулю.

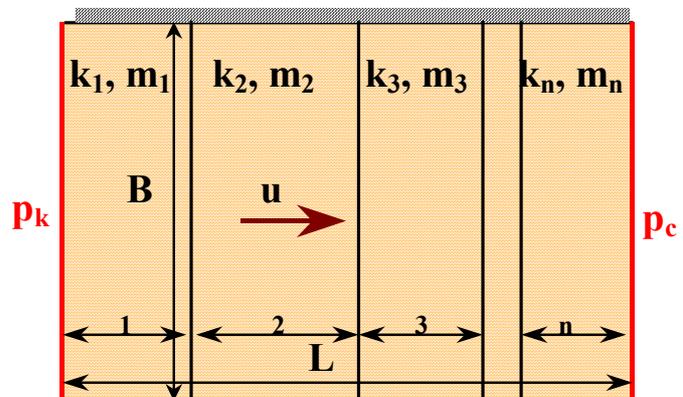
### 1.2.6. Приток к галерее в зонально-неоднородном пласте

Пусть горизонтальный пласт постоянной толщиной  $h$  и шириной  $B$  имеет проницаемость, которая меняется вдоль направления фильтрации несжимаемой жидкости оси  $x$ . Давление на контуре питания и галерее  $p_k$  и  $p_g$ , длина  $L$ . Необходимо рассчитать дебит скважины и распределение давления по длине галереи.

При фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход через любое поперечное сечение будет



Предельные случаи распределения давления вокруг скважины в зонально-неоднородном пласте  
Рис. 2.8



Предельные случаи распределение давления по галерее в зонально-неоднородном пласте  
Рис. 2.9

одинаковым. Считая, что фильтрация происходит по закону Дарси запишем:

$$Q = u_x \text{ ш} = - \frac{k(x)}{m} \frac{d p}{d x} B h = \text{const}(r). \quad (2.54)$$

Разделяя переменные в этом уравнении получим:

$$d p = \frac{Q m}{B h k(x)} d x. \quad (2.55)$$

Интегрируя полученное уравнение по давлению от  $p_r$  до  $p(x)$ , а по длине галереи  $x_r$  до  $x$  найдем распределение давления по пласту

$$p(x) - p_r = \frac{Q m}{2 p h} \int_0^x \frac{d x}{k(x)}. \quad (2.56)$$

Для нахождения расхода подставим в уравнение (2.50) граничное условие  $x = L$ ,  $p(L) = p_k$  и найдем дебит скважины:

$$Q = \frac{(p_k - p_c)}{m \int_0^L \frac{d x}{k(x)}} B h. \quad (2.57)$$

Будем считать, что этот неоднородный пласт является однородным пластом с проницаемостью  $k_{cp}$ . Тогда дебит такого пласта определяться по формуле:

$$Q = \frac{k_{cp} (p_k - p_c)}{m L} B h. \quad (2.58)$$

Сравнивая формулы для неоднородного и однородного пласта можно найти среднюю проницаемость

$$k_{cp} = \frac{L}{\int_0^L \frac{d x}{k(x)}}. \quad (2.59)$$

Рассмотрим частный случай, когда пласт вокруг скважины состоящий из  $n$  зон. Длина  $i$  – той зоны  $\ell_i$ , проницаемостью  $k_i$ . Тогда интеграл в формуле расчета средней проницаемости можно разбить на сумму интегралов по каждой зоне, которые вычисляются:

$$\int_0^L \frac{d x}{k(x)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \int_0^{\ell_i} dx = \sum_{i=1}^n \frac{\ell_i}{k_i}. \quad (2.60)$$

В этом случае среднюю проницаемость удобно рассчитать по формуле:

$$k_{cp} = \frac{L}{\sum_{i=1}^n \frac{\ell_i}{k_i}}. \quad (2.61)$$

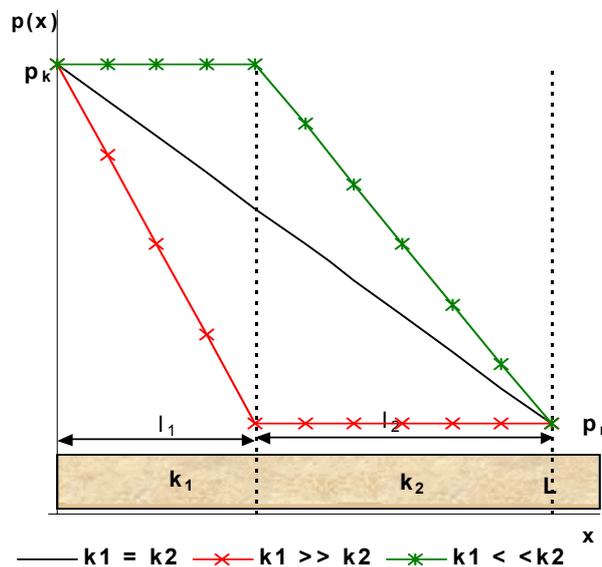
а давление на внешней границе  $j$  – той зоны

$$p(x_j) - p_r = \frac{Q_M}{Bh} \sum_{i=1}^j \frac{\ell_i}{k_i}, \quad x_j = \sum_{i=1}^j \ell_i. \quad (2.62)$$

Последнюю формулу удобно использовать, если заданы дебиты и давление на галерее. Если же заданы давления на галерее и контуре питания, то из последней формулы удобно исключить дебит  $Q$ , тогда получим:

$$p(x_j) - p_r = (p_k - p_r) \frac{k_{cp}}{L} \sum_{i=1}^j \frac{\ell_i}{k_i}, \quad x_j = \sum_{i=1}^j \ell_i. \quad (2.63)$$

На Рис. 2.10 показано распределение давления по длине галереи состоящей из двух пропластков с проницаемостями  $k_1$  и  $k_2$  для однородного пласта и двух предельных случаев неоднородного пласта.



Предельные случаи распределение давления по галерее в зонально-неоднородном пласте

Рис. 2.10

## 2.2. ПРИТОК К НЕСОВЕРШЕННЫМ СКВАЖИНАМ

Если скважина вскрывает пласт не на всю толщину, а на некоторую глубину  $b$ , то скважина называется несовершенной по степени вскрытия и приток к скважине осуществляется по всей боковой поверхности вскрытой части скважины. Относительным вскрытием пласта  $\bar{h}$  называется отношение вскрытой части скважины к толщине пласта.

Если скважина сообщается с пластом не по всей боковой поверхности, а только через специальные (перфорационные) отверстия, то такую скважину называют несовершенной по характеру вскрытия. Дебит несовершенных скважин определяется по формуле

$$Q = \frac{2pkh}{M} \frac{(p_k - p_c)}{(\ln(\frac{R_k}{r_c}) + C_1 + C_2)}. \quad (2.64)$$

где  $C_1, C_2$  - безразмерные коэффициенты.

1 – совершенная скважина;

1, 2, 3, - Несовершенные по степени вскрытия скважины;

4 - Несовершенные по характеру степени вскрытия скважина;

5 – реальная скважина.

Виды несовершенных скважин.

Рис. 2.11

Коэффициент  $C_1$ , учитывающий дополнительное фильтрационное сопротивление в призабойной зоне пласта из-за несовершенства скважины по степени вскрытия, зависит только от относительного вскрытия пласта  $\bar{h}$  и отношения толщины пласта к диаметру скважины  $h/D_c$ .

Коэффициент  $C_2$ , учитывающий дополнительное фильтрационное сопротивление в призабойной зоне пласта из-за несовершенства скважины по характеру вскрытия, зависит от диаметра перфорационного канала  $d_p$ , числа отверстий на один метр длины скважины  $n_p$  и длины перфорационного канала  $l_p$ .

Строгое математическое решение задачи о притоке жидкости к несовершенной скважине в пластах конечной толщины представляет большие (а в некоторых случаях непреодолимые) трудности. Однако задачи притока жидкости к гидродинамически несовершенным скважинам представляют большой интерес для практики. Наиболее просто эти коэффициенты определяются по графикам В.И. Щурова (Приложение 1).

Для определения  $C_1$  по графикам необходимо:

по значению  $h/D_c$  выбрать номер линии на графике (рис П. 1??);

по степени вскрытия пласта  $\bar{h}$  найти  $C_1$ .

Для определения  $C_2$  по графикам необходимо:

по значению  $l_p/D_c$  находится график, по которому находится  $C_2$  (Рис. П2 – П6??);

по значению  $d_p/D_c$  находится номер линии на этом графике;

по значению  $n_p D_c$  находится значение  $C_2$ .

В отличие от  $C_1, C_2$  может принимать отрицательные значения, что приводит при прочих равных условиях к увеличению дебита скважины.

Для нахождения  $C_1$  используются приближенные аналитические зависимости. А. М Пирвердян получил для него следующее выражение:

$$C_1 = \ln\left(\frac{1}{\bar{h}} - 1\right) + \frac{h}{r_c} \left[ \frac{1}{1 - \frac{r_c}{b}} \ln\left(\frac{b}{R_c}\right) - 1 \right]. \quad (2.65)$$

И А. Чарный предложил следующую формулу для расчета  $C_1$  при малых значениях степени вскрытия пласта  $\bar{h} \ll 1$  :

$$C_1 = \ln\left(\frac{r_c}{1,5 \bar{h}}\right) + \frac{h}{r_c}. \quad (2.66)$$

Удобно ввести понятие о приведенном радиусе  $r_{пр}$ , то есть радиус такой совершенной скважины, дебит которой равен дебиту данной несовершенной скважины:

$$r_{пр} = r_c \exp(-(C_1 + C_2)). \quad (2.67)$$

Тогда формула для расчета дебита несовершенных скважин запишется в виде:

$$Q = \frac{2 p_k h}{m} \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_{пр}}\right)}. \quad (2.68)$$

Дебит несовершенной скважины удобно сравнивать с дебитом совершенной скважины. Коэффициентом совершенства скважины  $\delta$  называется отношение дебита несовершенной скважины к дебиту совершенной скважины  $\delta = Q/Q_{сов}$ .

### 2.3. ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

#### Пример 2.1.

Пласт толщиной  $h = 8$  м разрабатывается галереей длиной  $L = 200$  м и шириной  $B = 300$  м. Давления на контуре питания и галерее равны  $p_k = 15$  МПа и  $p_r = 4$  МПа. Пласт имеет проницаемость  $k = 0,25$  мкм<sup>2</sup> и пористость  $m = 20\%$ . По пласту фильтруется нефть с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 5$  мПа·с и плотностью  $\rho = 730$  кг/м<sup>3</sup>.

Определить:

дебит галереи;

давление на расстоянии 50 м от галереи;

время разработки галереи;

нарушается ли закон Дарси?

Решение:

Дебит галереи при фильтрации нефти рассчитывается по формуле:

$$Q = \frac{k}{m} \frac{(p_k - p_r)}{L} B h = \frac{0,25 \cdot 10^{-12}}{5 \cdot 10^{-3}} \frac{(15 - 4) \cdot 10^6}{200} 300 \cdot 8 = 6,60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Точка в которой необходимо найти давление расположена на расстоянии 50 м от галереи. Поэтому координата этой точки относительно контура питания равна  $x = L - 50 = 200 - 50 = 150$  м. Давление удобно рассчитывать по формуле:

$$p(x) = p_k - (p_k - p_r) \frac{x}{L} = 15 - (15 - 4) \frac{150}{200} = 6,75 \text{ МПа}.$$

При поршневом вытеснении время разработки галереи соответствует движению частицы нефти от контура питания к галереи. Поэтому координата частицы на момент окончания разработки равна  $x = L$ . Тогда время разработки равно:

$$T = \frac{B h L m}{Q} = \frac{300 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 0,2}{6,60 \cdot 10^{-3}} = 7,27 \cdot 10^7 = \frac{7,27 \cdot 10^7}{86400} = 841 \text{ сут} = 2,31 \text{ года}.$$

Для того, чтобы определить выполняется ли закон Дарси необходимо

рассчитать число Рейнольдса. Число Рейнольдса удобно рассчитывать по формуле:

$$Re = \frac{10 Q_m \sqrt{k}}{m^{2,3} \text{ мщ}} = \frac{10 \cdot 4,82 \cdot \sqrt{0,25 \cdot 10^{-12}}}{0,2^{2,3} 5 \cdot 10^{-3} 2400} = 8,14 \cdot 10^{-5}.$$

Массовый расход нефти  $Q_m = Q \rho = 6,60 \cdot 10^{-3} \cdot 730 = 4,82 \text{ кг/с}$ . Площадь поперечного сечения галереи  $\omega = B h = 300 \cdot 8 = 2400 \text{ м}^2$  и постоянна по длине галереи. Поэтому число Рейнольдса также постоянно по длине галереи и меньше критического, которое принимаем равным  $Re_{кр} = 1$ . Так, как выполняется условие  $Re = 8,14 \cdot 10^{-5} < Re_{кр} = 1$ , то закон Дарси выполняется.

Ответ:  $Q = 6,60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $p(150) = 6,75 \text{ МПа}$ ;  $T = 2,31 \text{ года}$ ; Закон Дарси выполняется.

### Пример 2.2.

Пласт толщиной  $h = 5 \text{ м}$  разрабатывается скважиной радиусом  $r_c = 0,1 \text{ м}$ . Давления на контуре питания и скважине равны  $p_k = 25 \text{ МПа}$  и  $p_c = 18 \text{ МПа}$ . Пласт имеет проницаемость  $k = 0,17 \text{ мкм}^2$  и пористость  $m = 15\%$ . По пласту фильтруется нефть с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 25 \text{ мПа}\cdot\text{с}$  и плотностью  $\rho = 820 \text{ кг/м}^3$ . Радиус контура питания находится на расстоянии  $R_k = 100 \text{ м}$ .

Определить:

дебит скважины;

давление на расстоянии 10 м от скважины;

время разработки нефти из скважины;

нарушается ли закон Дарси на боковой поверхности скважины?

Решение:

Дебит скважины при фильтрации нефти рассчитывается по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2 p_k \rho}{m} \frac{(p_k - p_r)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,17 \cdot 10^{-12} \cdot 5 (25 - 18) \cdot 10^6}{25 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{100}{0,1}\right)} = 2,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Давление в точке с координатами  $r = 10 \text{ м}$  удобно рассчитывать по формуле:

$$p(r) = p_k - \frac{(p_k - p_r)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right) = 25 - \frac{(25 - 18)}{\ln\left(\frac{100}{0,1}\right)} \ln\left(\frac{100}{10}\right) = 22,7 \text{ МПа}.$$

При поршневом вытеснении время разработки скважины соответствует движению частицы нефти от контура питания к скважине, поэтому координата частицы на момент окончания разработки равна  $r = r_c$ . Тогда время разработки равно:

$$T = \frac{\rho (R_k^2 - r_c^2) h m}{Q} = \frac{3,14 \cdot (100^2 - 0,1^2) \cdot 5 \cdot 0,2}{2,17 \cdot 10^{-4}} = 1,45 \cdot 10^8 \text{ с} = 4,60 \text{ года}.$$

Для того, чтобы определить выполняется ли закон Дарси необходимо рассчитать число Рейнольдса в данной точке. Число Рейнольдса удобно рассчитывать по формуле:

$$Re = \frac{10 Q_m \sqrt{k}}{m^{2,3} \mu} = \frac{10 \cdot 0,178 \cdot \sqrt{0,17 \cdot 10^{-12}}}{0,15^{2,3} \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14} = 7,34 \cdot 10^{-4}.$$

Массовый расход нефти  $Q_m = Q \rho = 2,17 \cdot 10^{-4} \cdot 820 = 0,178$  кг/с. Площадь поперечного сечения зависит от расстояния до скважины. Поэтому число Рейнольдса будет различным, на различных расстояниях от скважины. На боковой поверхности скважины она равно  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot r_c \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 5 = 3,14$  м<sup>2</sup>. Закон Дарси выполняется, если число Рейнольдса меньше критического, которое принимаем равным  $Re_{кр} = 1$ . Так, как выполняется условие  $Re = 7,34 \cdot 10^{-4} < Re_{кр} = 1$ , то закон Дарси выполняется.

Ответ:  $Q = 2,17 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/с;  $p(10) = 22,7$  МПа;  $T = 4,60$  года; Закон Дарси выполняется.

### Пример 2.3.

При исследовании нефтяной скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов, которые приведены в первых двух столбцах таблицы 2.1. Построить индикаторную диаграмму. Определить проницаемость пласта, если радиус контура питания 100 м, радиус скважины 0,1 м, толщина пласта 10 м, а вязкость нефти  $\mu = 25$  мПа·с.

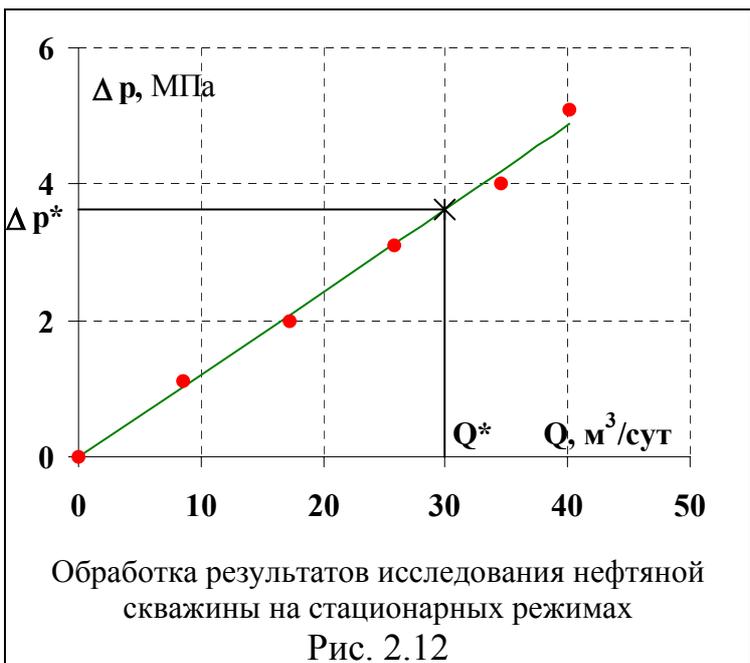
Таблица 2.1

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа	$\Delta p$ , МПа
0	49,9	0
8,6	48,8	1,1
17,2	47,9	2
25,9	46,8	3,1
34,5	45,9	4
40,2	44,8	5,1

Решение:

Для построения индикаторной диаграммы найдем депрессию на скважине. Когда скважина не работает, то давление в горизонтальном пласте одинаково и равно давлению на контуре, то есть  $P_{мк} = P_{мс0} = 49,9$  МПа. Тогда депрессия для второй строчки данных равна  $\Delta p_2 = p_{мс0} - p_{мс1} = 49,9 - 48,8 = 1,1$  МПа. Аналогично рассчитаем остальные депрессии и занесем в третий столбец Таблицы 2.1 (расчетные значения выделены курсивом). По полученным данным строим индикаторную диаграмму.

При фильтрации по закону Дарси, индикаторная диаграмма представляет собой прямую линию, выходящую из начала координат. Поэтому по точкам индикаторной диаграммы проводим прямую линию. На этой линии выбираем точку (\*) и снимаем значения координат этой точки  $\Delta p^* = 3,64$  МПа,  $Q^* = 30$  м<sup>3</sup>/сут. Находим коэффициент



продуктивности скважины  $K$  и коэффициент фильтрационного сопротивления  $a$ :

$$K = \frac{Q^*}{\Delta p^*} = \frac{30}{3,64} = 8,24 \frac{\text{м}^3}{\text{МПа сут}} = 9,54 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{Па с}},$$

$$a = \frac{\Delta p^*}{Q^*} = \frac{1}{K} = \frac{1}{9,54 \cdot 10^{-11}} = 1,05 \cdot 10^{10} \frac{\text{Па с}}{\text{м}^3}.$$

По значению фильтрационного сопротивления находим коэффициент гидропроводности пласта и проницаемость пласта:

$$\frac{k h}{m} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{2 p a} = \frac{\ln\left(\frac{100}{0,1}\right)}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{10}} = 1,05 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3},$$

$$k = 1,05 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 1,05 \cdot 10^{-10} \frac{25 \cdot 10^{-3}}{10} = 2,62 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2.$$

Более точно параметры пласта можно найти обработав результаты исследования методом наименьших квадратов.

Ответ:  $k = 2,62 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$ .

#### Пример 2.4.

Неоднородный по толщине нефтяной пласт состоит из трех пропластков, которые имеют толщины 3,6; 0,4; 6 метров и имеют проницаемости 0,05; 0,3; 0,1 мкм<sup>2</sup>. Пласт вскрыт скважиной радиусом 0,1 м и расстоянием да контура питания 250 м. Давления на контуре питания и скважине равны  $p_k = 35$  МПа и  $p_c = 18$  МПа. Динамическая вязкость пластовой нефти  $\mu_n = 25$  мПа·с, а пластовой воды  $\mu_b = 1,2$  мПа·с.

Определить:

среднюю проницаемость пласта;

дебит скважины;

обводненность скважины, если обводнится высокопроницаемый пропласток.

Решение:

Вся толщина пласта равна сумме толщин пропластков

$$h = h_1 + h_2 + h_3 = 3,6 + 0,4 + 6 = 10 \text{ м}.$$

Средняя проницаемость неоднородного по толщине пласта и для скважины и для галереи определяется по формуле:

$$k_{cp} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n k_i h_i = \frac{1}{10} (0,05 \cdot 3,6 + 0,3 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 6) = 0,09 \text{ мкм}^2.$$

Дебит скважины рассчитывается по формуле однородного пласта, в которой проницаемость пласта заменена на среднюю проницаемость

$$Q = \frac{2 p k_{cp} h (p_k - p_c)}{m_n \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,09 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot (35 - 18) \cdot 10^6}{25 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{250}{0,1}\right)} = 4,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Пронумеруем пропластки сверху вниз. В этом случае самым высокопроницаемым пропластком является второй пропласток. Именно этот пропласток обводнится первым и именно по этому пропласту пойдет вода, дебит которой равен

$$Q_b = \frac{2 p k_2 h_2 (p_k - p_c)}{m_b \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}.$$

Остальные два пропластка будут давать нефть. Дебит нефти равен сумме

дебитов по пропласткам

$$Q_H = Q_{H1} + Q_{H3} = \frac{2 p (k_1 h_1 + k_3 h_3) (p_k - p_c)}{M_H \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

Коэффициентом обводненности скважины называется отношение дебита воды к дебиту жидкости

$$\begin{aligned} n &= \frac{Q_B}{Q_B + Q_H} = \frac{k_2 h_2 / M_B}{k_2 h_2 / M_B + (k_1 h_1 + k_3 h_3) / M_H} = \frac{1}{1 + \frac{M_B (k_1 h_1 + k_3 h_3)}{M_H k_2 h_2}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1,2 (0,05 \cdot 3,6 + 0,1 \cdot 6)}{25 \cdot 0,3 \cdot 0,4}} = 0,76 = 76\%. \end{aligned}$$

Как видно из расчетов, хотя большая часть пласта по толщине (9,6 м) занята нефтью, обводненность скважины в этом примере равна 76%.

Ответ:  $k_{cp} = 0,09 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;  $Q = 4,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $v = 76\%$ .

#### Пример 2.5.

Нефтяной пласт толщиной 12 м и проницаемостью  $0,27 \text{ мкм}^2$  разрабатывается скважиной радиусом 0,1 м. Радиус контура питания 150 м. Давления на контуре питания и скважине равны  $p_k = 27 \text{ МПа}$  и  $p_c = 13 \text{ МПа}$ . Динамическая вязкость пластовой нефти  $\mu = 13 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ . Через некоторое время призабойная область пласта засорилась. Вокруг скважины образовались две зоны внешними радиусами  $R_1 = 0,3$  и  $R_2 = 1$  м, проницаемости которых  $k_1 = 0,05$  и  $k_2 = 0,1 \text{ мкм}^2$ .

Определить:

среднюю проницаемость пласта;

дебит скважины;

давления на границах зон.

#### Решение:

По условиям задачи пласт является зонально неоднородным и имеет три зоны ( $n = 3$ ). Внешний радиус третьей зоны равен радиусу контура питания и имеет первоначальную проницаемость ( $R_3 = R_k = 150 \text{ м}$ ;  $k_3 = k = 0,27 \text{ мкм}^2$ ). Внутренний радиус первой зоны равен радиусу скважины ( $R_0 = r_c = 0,1 \text{ м}$ ).

Средняя проницаемость зонально - неоднородного пласта в случае притока к скважине определяется по формуле:

$$k_{cp} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\left(\frac{1}{k_1} \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) + \frac{1}{k_2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{k_3} \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) + \dots\right)} =$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{150}{0,1}\right)}{\left(\frac{1}{0,05} \ln\left(\frac{0,3}{0,1}\right) + \frac{1}{0,1} \ln\left(\frac{1}{0,3}\right) + \frac{1}{0,27} \ln\left(\frac{150}{1}\right)\right)} = 0,139 \text{ мкм}^2.$$

Дебит скважины рассчитывается по формуле однородного пласта, в которой проницаемость пласта заменена на среднюю проницаемость

$$Q = \frac{2 p k_{cp} h (p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,139 \cdot 10^{-12} \cdot 12 \cdot (27 - 13) \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{150}{0,1}\right)} = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Давление на границе первой зоны рассчитаем по формуле

$$p(R_1) = p_c + (p_k - p_c) \frac{k_{cp}}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \sum_{i=1}^1 \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right) = p_c + (p_k - p_c) \frac{k_{cp}}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \frac{1}{k_1} \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) =$$

$$= 13 + (27 - 13) \frac{0,139}{\ln\left(\frac{150}{0,1}\right)} \frac{1}{0,05} \ln\left(\frac{0,3}{0,1}\right) = 18,8 \text{ МПа}.$$

Давление на границе второй зоны рассчитаем по формуле

$$p(R_1) = p_c + (p_k - p_c) \frac{k_{cp}}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \sum_{i=1}^1 \frac{1}{k_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right) =$$

$$= p_c + (p_k - p_c) \frac{k_{cp}}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \left(\frac{1}{k_1} \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) + \frac{1}{k_1} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)\right) =$$

$$= 13 + (27 - 13) \frac{0,139}{\ln\left(\frac{150}{0,1}\right)} \left(\frac{1}{0,05} \ln\left(\frac{0,3}{0,1}\right) + \frac{1}{0,1} \ln\left(\frac{1}{0,3}\right)\right) = 22,0 \text{ МПа}.$$

Ответ:  $k_{cp} = 0,139 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;  $Q = 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $p(R_2) = 22,0 \text{ МПа}$ ;  
 $p(R_1) = 18,8 \text{ МПа}$ .

### Пример 2.6.

Пласт толщиной  $h = 12 \text{ м}$  разрабатывается скважиной радиусом  $r_c = 0,1 \text{ м}$  и вскрывающей пласт на  $b = 3 \text{ м}$ . Давления на контуре питания и скважине равны  $p_k = 42 \text{ МПа}$  и  $p_c = 33 \text{ МПа}$ . Пласт имеет проницаемость  $k = 170 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ . По пласту фильтруется нефть с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 14 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  и плотностью. Радиус контура питания находится на расстоянии  $R_k = 100 \text{ м}$ . Скважина зацементирована и проферворирована. Глубина проникновения перфорационного канала в породу  $l_n = 2 \text{ см}$ , диаметр перфорационного канала

$d_{\text{п}} = 1$  см, число перфорационных отверстий на один метр длины скважины  $n_{\text{п}} = 10$  отв/м.

Определить:

коэффициенты учитывающие несовершенство скважины;

приведенный радиус скважины;

дебит скважины;

коэффициент совершенства скважины..

Решение:

По условиям задачи скважина является одновременно несовершенной и по степени и по характеру вскрытия. Для учета несовершенства по степени вскрытия пласта найдем отношение толщины скважины к диаметру скважины:

$$h/D_c = 12/0,2 = 60$$

и относительное вскрытие пласта

$$\bar{h} = b/h = 3/12 = 0,4 = 40\%.$$

По графику Шурова для нахождения  $C_1$  (см. рис. П??) выбираем ближайшую линию к найденному значению  $h/D_c = 60$ . Ближайшая линия №6 имеет значение 80. На оси абсцисс выбираем вычисленное значение относительного вскрытия пласта  $\bar{h} = 0,4$  и ведем до пересечения с выбранной линией, а потом на шкалу значений  $C_1$ . Если значение степени вскрытия пласта меньше  $\bar{h} < 0,4$ , то ведем на левую шкалу  $C_1$ , если-же  $\bar{h} > 0,4$ , то на правую шкалу. По графику находим  $C_1 = 5,5$ .

Для учета несовершенства по характеру вскрытия пласта найдем отношение глубины проникновения перфорационного канала в породу к диаметру скважины

$$l_{\text{п}}/D_c = 0,02/0,2 = 0,1;$$

отношение диаметра перфорационного канала к диаметру скважины

$$d_{\text{п}}/D_c = 0,01/0,2 = 0,05;$$

произведение число перфорационных отверстий на один метр длины скважины на диаметр скважины

$$n_{\text{п}} D_c = 10 \cdot 0,2 = 2.$$

По графикам Шурова для нахождения  $C_2$  (см. рис. П??-П??) выбираем график с ближайшую значением  $l_{\text{п}}/D_c$  к найденному значению. В данном случае это график со значением  $l_{\text{п}}/D_c = 0,1$ .

По значению  $d_{\text{п}}/D_c$  выбираем номер линии на графике. Значение  $d_{\text{п}}/D_c = 0,05$  лежит между линиями №2 и №3.

На оси абсцисс выбираем вычисленное значение  $n_{\text{п}} D_c = 2$  и ведем до пересечения с выбранной линией, а потом на шкалу значений  $C_2$ . По графику находим  $C_2 = 7,5$ .

Приведенном радиусе скважины  $r_{\text{пр}}$  рассчитаем по формуле:

$$r_{\text{пр}} = r_c \exp(-(C_1 + C_2)) = 0,1 \cdot \exp(-(5,5 + 7,5)) = 0,1 \cdot \exp(-13) = 2,26 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Дебит несовершенной скважины рассчитаем по формуле:

$$Q = \frac{2 p k h}{m} \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_{np}}\right)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 170 \cdot 10^{-15} \cdot 12}{14 \cdot 10^{-3}} \frac{(42 - 33) \cdot 10^6}{\ln\left(\frac{100}{2,26 \cdot 10^{-7}}\right)} = 4,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Коэффициентом совершенства скважины  $\delta$  называется отношение дебита несовершенной скважины к дебиту совершенной скважины

$$\delta = \frac{Q}{Q_{\text{сов}}} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_{np}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{100}{0,1}\right)}{\ln\left(\frac{100}{2,26 \cdot 10^{-7}}\right)} = 0,347 = 34,7\%.$$

Ответ:  $C_1 = 5,5$ ;  $C_2 = 7,5$ ;  $r_{np} = 2,26 \cdot 10^{-7}$  м;  $Q = 4,14 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/с;  $\delta = 0,347$ .

### Задача 2.1

Определить значение числа Рейнольдса у стенки гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия нефтяной скважины если известно, что эксплуатационная колонна перфорирована, на каждом погонном метре колонны прострелено 10 отверстий диаметром  $d_{\text{п}} = 10$  мм, толщина пласта  $h = 15$  м, проницаемость пласта  $k = \text{мкм}^2$ , пористость его  $m = 18\%$ , коэффициент вязкости нефти  $\mu = 4$  мПа·с, плотность нефти  $\rho = 870$  кг/м<sup>3</sup> и дебит скважины составляет 140 м<sup>3</sup>/сут.

### Задача 2.2

Определить дебит галереи шириной  $B = 100$  м, если толщина пласта  $h = 10$  м, расстояние до контура питания  $L = 300$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 1$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 2$  мПа·с, давление на контуре питания  $p_k = 8$  МПа и давление в галерее  $p_r = 4$  МПа.

### Задача 2.3

Определить нарушается ли закон Дарси в галерее шириной  $B = 200$  м, если толщина пласта  $h = 5$  м, расстояние до контура питания  $L = 100$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,2$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 2$  мПа·с, пористость пласта 15%, давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа и давление в галерее  $p_r = 4$  МПа.

### Задача 2.4

Определить время движения нефти от контура питания к галерее шириной  $B = 200$  м, если толщина пласта  $h = 15$  м, расстояние до контура питания  $L = 200$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,5$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с, пористость пласта 12%, давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа и давление в галерее  $p_r = 8$  МПа.

### Задача 2.5

Определить давление на расстоянии 50 метров от галереи шириной  $B = 200$  м, если толщина пласта  $h = 15$  м, расстояние до контура питания  $L = 200$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с, дебит галереи 200 м<sup>3</sup>/сут и давление в

галерее  $p_r = 8$  МПа.

#### Задача 2.6

Определить дебит нефтяной скважины в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации нефти по закону Дарси, если известно, что давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа, давление на забое скважины  $p_c = 10$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 15$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 1$  км, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с.

#### Задача 2.7

Определить нарушается ли закон Дарси на расстоянии 1 м от нефтяной скважины, если известно, что давление на контуре питания  $p_k = 8$  МПа, давление на забое скважины  $p_c = 3$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 10$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 100$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 20$  мПа·с, пористость пласта 12%.

#### Задача 2.8

Определить время движения нефти от контура питания к скважине, если известно, что давление на контуре питания  $p_k = 15$  МПа, давление на забое скважины  $p_c = 5$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,6$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 5$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 100$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 15$  мПа·с, пористость пласта 17%.

#### Задача 2.9

Определить давление на расстоянии 3 м от нефтяной скважины в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации нефти по закону Дарси, если известно, что давление на контуре питания  $p_k = 28$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 15$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 1$  км, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с. Дебит нефтяной скважины 86 м<sup>3</sup>/сут.

#### Задача 2.10

По модели пласта в виде керна диаметром 2 см и длиной 5 см за десять минут прокачено два литра нефти. Определить коэффициент проницаемости керна, если известно, что разность давлений на входе жидкости в образец и на выходе  $\Delta p = 1,2$  МПа, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12$  мПа·с.

#### Задача 2.11

Построить индикаторную диаграмму для нефтяной совершенной скважины, если известно, что давление на контуре питания  $p_k = 8,82$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,06$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 10$  м, диаметр скважины  $D_c = 24,8$  см, расстояние от оси скважины до контура питания  $R_k = 10$  км и динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 5$  мПа с. Фильтрации происходит по закону Дарси.

## Задача 2.12

Нефтяная скважина радиусом  $r_c = 0,1$  м и контуром питания  $R_k = 250$  м дают дебит  $100 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Определить дебит скважины при той - же депрессии, если радиус скважины увеличить в два раза.

## Задача 2.13

При исследовании нефтяной скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить гидропроводность пласта, если радиус контура питания  $100$  м, радиус скважины  $0,1$  м.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	19,9
8,1	19,4
15,8	18,9
24,3	18,4
31,7	17,9
37,0	17,4

## Задача 2.14

При исследовании нефтяной скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить проницаемость пласта, если радиус контура питания  $150$  м, радиус скважины  $0,1$  м, толщина пласта  $10$  м, а вязкость газа  $\mu = 25 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	49,9
8,6	48,8
17,2	47,9
25,9	46,8
34,5	45,9
40,2	44,8

## Задача 2.15

При исследовании нефтяной скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить толщину пласта, если радиус контура питания  $250$  м, радиус скважины  $0,1$  м, проницаемость пласта  $k = 0,3 \text{ мкм}^2$ , а вязкость нефти  $\mu = 15 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	24,9
10,0	24,5
20,0	24,0
30,0	23,6
40,0	23,1
50,0	21,5

## Задача 2.16

При исследовании нефтяной скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить гидропроводность пласта, если радиус контура питания  $200$  м, радиус скважины  $0,1$  м.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	24,9
24,1	23,9
47,9	22,9
72,2	21,9
95,8	20,9
110,0	19,9

## Задача 2.17

Определить дебит нефтяной галереи шириной  $B = 100$  м, расстояние до контура питания  $L = 300$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 2 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , давление на контуре питания  $p_k = 8 \text{ МПа}$  и давление на галерее  $p_r = 4 \text{ МПа}$ . Пласт неоднороден по толщине и состоит из трех пропластков проницаемость которых  $0,25$ ;  $0,12$  и  $0,06 \text{ мкм}^2$ , а толщины  $2$ ;  $3$  и  $5$  метров.

## Задача 2.18

Определить дебит нефтяной галереи шириной  $B = 150$  м, расстояние до контура питания  $L = 200$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 12 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , давление на контуре питания  $p_k = 18 \text{ МПа}$  и давление на галерее

$p_r = 5$  МПа. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,12$  и  $0,26$  мкм<sup>2</sup>. Длина первой зоны  $50$  метров. Толщина пласта  $5$  м.

#### Задача 2.19

Происходит приток нефти к галерее в зонально-неоднородном пласте. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,52$  и  $0,16$  мкм<sup>2</sup>. Длины зон  $50$  и  $150$  м. Определить давление на границе зон, если давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа и давление на галерее  $p_r = 5$  МПа.

#### Задача 2.20

Определить дебит газовой галереи шириной  $B = 100$  м, расстояние до контура питания  $L = 300$  м, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,017$  мПа·с, абсолютные давление на контуре питания  $p_k = 10$  МПа и давление на галерее  $p_r = 5$  МПа. Пласт неоднороден по толщине и состоит из трех пропластков проницаемость которых  $0,20$ ;  $0,15$  и  $0,05$  мкм<sup>2</sup>, а толщины  $3$ ;  $2$  и  $5$  метров.

#### Задача 2.21

Определить дебит газовой галереи шириной  $B = 150$  м, расстояние до контура питания  $L = 200$  м, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,015$  мПа·с, абсолютные давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа и давление на галерее  $p_r = 8$  МПа. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,26$  и  $0,12$  мкм<sup>2</sup>. Длина первой зоны  $50$  метров. Толщина пласта  $15$  м.

#### Задача 2.22

Происходит приток газа к галерее в зонально-неоднородном пласте. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,25$  и  $0,10$  мкм<sup>2</sup>. Длины зон  $100$  и  $150$  м. Определить давление на границе зон, если абсолютные давление на контуре питания и галереи  $20$  и  $5$  МПа.

#### Задача 2.23

Определить дебит нефтяной скважины с расстоянием до контура питания  $R_k = 300$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 2$  мПа·с, давление на контуре питания  $p_k = 8$  МПа и давление на скважине  $p_c = 4$  МПа. Пласт неоднороден по толщине и состоит из трех пропластков проницаемость которых  $0,35$ ;  $0,22$  и  $0,16$  мкм<sup>2</sup>, а толщины  $2$ ;  $3$  и  $5$  метров.

#### Задача 2.24

Определить дебит нефтяной скважины с расстоянием до контура питания  $R_k = 200$  м, динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu = 12$  мПа·с, давление на контуре питания  $p_k = 18$  МПа и давление на скважине  $p_c = 5$  МПа. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,12$  и  $0,5$  мкм<sup>2</sup>. Внешние радиусы зон  $1$  и  $100$  метров. Толщина пласта  $8$  м.

#### Задача 2.25

Происходит приток нефти к скважине в зонально-неоднородном пласте. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,20$  и  $0,40$  мкм<sup>2</sup>. Внешние радиусы зон  $1$  и  $100$  метров. Определить давление на границе зон, если давление на контуре питания  $p_k = 25$  МПа и давление на галерее  $p_c = 5$  МПа.

#### Задача 2.26

Определить дебит газовой скважины с расстоянием до контура питания  $R_k = 200$  м, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,015$  мПа·с, давление на контуре питания  $p_k = 9$  МПа и давление на скважине  $p_c = 4$  МПа. Пласт неоднороден по толщине и состоит из трех пропластков проницаемость которых  $0,15$ ;  $0,22$  и  $0,36$  мкм<sup>2</sup>, а толщины  $5$ ;  $3$  и  $2$  метров.

#### Задача 2.27

Определить дебит газовой скважины с расстоянием до контура питания  $R_k = 100$  м, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,017$  мПа·с, абсолютные давление на контуре питания  $p_k = 17$  МПа и давление на скважине  $p_c = 8$  МПа. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,25$  и  $0,40$  мкм<sup>2</sup>. Внешний радиус первой зоны  $1$  м. Толщина пласта  $9$  м.

#### Задача 2.28

Происходит приток газа к скважины в зонально-неоднородном пласте. Пласт состоит из двух зон. Проницаемости первой и второй зоны соответственно равны  $0,20$  и  $0,50$  мкм<sup>2</sup>. Внешние радиусы зон  $1$  и  $100$  метров. Определить давление на границе зон, если абсолютные давление на контуре питания и галереи  $20$  и  $5$  МПа.

#### Задача 2.29

В однородном нефтяном пласте с проницаемостью  $k$  провели соляно-кислотную обработку. После этого вокруг скважины образовались три зоны. В первой зоне радиусом  $0,2$  м проницаемость возросла в  $10$  раз, во второй зоне радиусом  $1$  м проницаемость возросла в  $3$  раза и третьей зоне радиусом  $100$  метров проницаемость не изменилась. Во сколько раз увеличится дебит скважины?

### 3. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ.

Дифференциальные уравнения установившегося движения упругой жидкости по закону Дарси. Аналогия с движением несжимаемой жидкости. Функция Лейбензона. Плоскопараллельный и плоскорадиальный потоки. Исследование газовых скважин на стационарных режимах. Индикаторные линии. Приток газа при нарушении закона Дарси. Определение фильтрационных коэффициентов “а” и “b”.

#### 3.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Дифференциальное уравнение неразрывности потока выведено в параграфе 1.4. Если происходит установившееся фильтрация, то в этом уравнении производная по времени будет равна нулю. При фильтрации сжимаемой жидкости или газа плотность зависит от давления и поэтому ее нельзя вынести из под знака дифференциала:

$$\frac{\partial(c u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(c u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(c u_z)}{\partial z} = \text{div}(c \vec{u}) = 0 . \quad (3.1)$$

Введем понятие массовой скорости, которая является произведением линейной скорости на плотность:

$$u_m = c u . \quad (3.2)$$

После такой замены дифференциальное уравнение неразрывности при установившемся движении примет такой же вид, что и для несжимаемой жидкости, только вместо линейной скорости будет стоять массовая скорость.

Используя закон Дарси найдем массовую скорость:

$$u_m = c u = - \frac{k c(p) \partial p}{m \partial s} = - \frac{k}{m} \frac{\partial T}{\partial s} . \quad (3.3)$$

Плотность сжимаемой жидкости или газа зависит от давления, поэтому введем вспомогательную функцию  $T$ , которую назовем функцией Лейбензона и определим ее как:

$$dT = c(p) dp \text{ или } T = \int_0^p c(p) dp . \quad (3.4)$$

Подставим массовую скорость, найденную из закона Дарси в уравнение неразрывности получим уравнение фильтрации сжимаемой жидкости или газа при установившемся движении. Оно также является уравнением Лапласа, только вместо давления в него входит функция Лейбензона.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \text{div}(\text{grad } T) = \Delta T = 0 . \quad (3.5)$$

Аналогия с движением несжимаемой жидкости

С введением функции Лейбензона сравним уравнения полученные в предыдущем параграфе с уравнениями фильтрации несжимаемой жидкости.

Несжимаемая жидкость	Сжимаемая жидкость или газ
$\rho = \text{const}(p)$	$\rho = \rho(p) \neq \text{const}(p)$
Уравнение неразрывности потока	
$Q = u \omega = \text{const}(p)$	$u_m = \rho u$ $Q_m = u_m \omega = \rho_{ат} Q_{ат} = \text{const}(p)$
Закон Дарси	
$u = -\frac{k}{m} \frac{\partial p}{\partial s}$	$T = \int_0^p c(p) dp$ $u_m = -\frac{k}{m} \frac{\partial T}{\partial s}$
Аналогия между величинами	
Линейная скорость - $u$	$u_m$ – Массовая скорость
Объемный расход - $Q$	$Q_m = \rho_{ат} Q_{ат}$ – массовый расход
Давление - $p$	$T$ - функция Лейбензона

Сравнение уравнений позволяет установить аналогию между установившейся фильтрацией сжимаемой жидкости или газа и установившейся фильтрацией несжимаемой жидкости, для которой законы фильтрации были детально разобраны в главе 2. Отсюда следует вывод, что все формулы, полученные для установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси, можно использовать и для установившейся фильтрации сжимаемого флюида в пластах той же геометрии и при тех же граничных условиях. Для этого необходимо в формулах несжимаемой жидкости заменить:

линейную скорость –  $u \Rightarrow u_m$  – массовую скорость;

объемный расход –  $Q \Rightarrow Q_m$  – массовый расход;

давление –  $p \Rightarrow T$  - функцию Лейбензона.

Подчеркнем, что при фильтрации газа плотность зависит от абсолютного давления, то давление  $p$  в этом случае - абсолютное давление.

Рассмотрим вид функции Лейбензона для некоторых частных случаев.

Несжимаемая жидкость. Для несжимаемой жидкости плотность не зависит от давления ( $\rho = \rho_0 = \text{const}(p)$ ), поэтому ее можно вынести из под знака интеграла и функция Лейбензона примет вид:

$$T = \int_0^p c(p) dp = c_0 p. \quad (3.6)$$

Идеальный газ. Для идеального газа плотность зависит от давления

$$c(p) = c_{ат} \frac{p}{p_{ат}}, \quad (3.7)$$

поэтому функция Лейбензона после интегрирования примет вид:

$$T = \int_0^p c(p) dp = \frac{c_{ат}}{p_{ат}} \int_0^p p dp = \frac{c_{ат} p^2}{2 p_{ат}}. \quad (3.8)$$

Реальный газ. Для реального газа плотность зависит от давления

$$c(p) = c_{ат} \frac{p}{z(p) p_{ат}}. \quad (3.9)$$

Коэффициент сжимаемости реального газа  $z(p)$  достаточно сложным образом зависит от давления, поэтому интеграл вычислить затруднительно. В этом случае  $z(p)$  заменяют средним значением на промежутке изменения давления в пласте  $z_{ср}$  и функция Лейбензона после интегрирования примет вид:

$$T = \int_0^p c(p) dp = \frac{c_{ат}}{z_{ср} p_{ат}} \int_0^p p dp = \frac{c_{ат} p^2}{2 z_{ср} p_{ат}}. \quad (3.10)$$

Приток газа к галерее по закону Дарси

Исследуем установившийся плоскопараллельный фильтрационный поток идеального газа. Для этого воспользуемся аналогией между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа. Запишем формулу дебита притока к галерее для несжимаемой жидкости:

$$Q = \frac{h (p_k - p_c)}{m L} B h. \quad (3.11)$$

Приведем в этом уравнении замены. Заменим давление  $p$  на функцию Лейбензона  $T$ , а объемный расход  $Q$  на массовый расход  $Q_m$ .

$$Q_m = \frac{h (T_k - T_c)}{m L} B h. \quad (3.12)$$

В последней формуле распишем функцию Лейбензона, тогда массовый расход галерее будет рассчитываться по формуле:

$$Q_m = \frac{k c_{ат}}{2 m p_{ат}} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L} B h \quad (3.13)$$

А приведенный к атмосферным условиям объемный расход

$$Q_m = \frac{k}{2 m p_{ат}} \frac{(p_k^2 - p_r^2)}{L} B h, \quad (3.14)$$

Расчет распределения давления по галерее производится в той же последовательности:

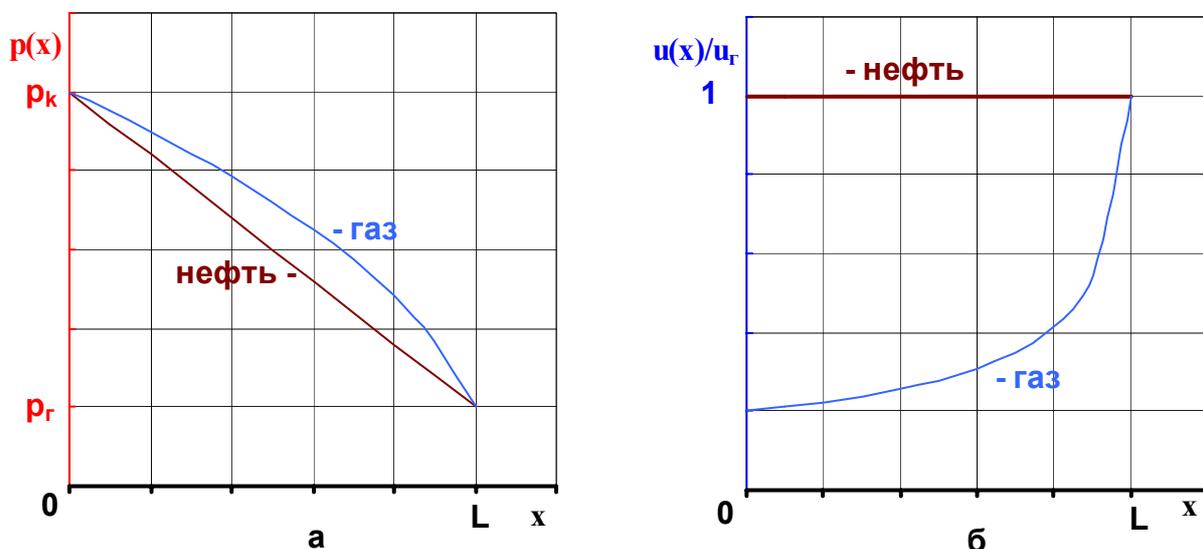
$$p(x) = p_k - (p_k - p_r) \frac{x}{L};$$

$$T(x) = T_k - (T_k - T_r) \frac{x}{L}; \quad (3.15)$$

$$p^2(x) = p_k^2 - (p_k^2 - p_r^2) \frac{x}{L}.$$

Скорости фильтрации в любой точки вокруг скважины можно найти из уравнения неразрывности:

$$u(x) = \frac{Q_m}{c(p)\pi} \quad (3.16)$$



Распределение давления а) и отношение скорости фильтрации в пласте к скорости фильтрации на галереи б) по длине галереи при фильтрации газа и нефти

Рис. 3.1

На рис. ?? приведены распределение давления по галереи при фильтрации газа и нефти. Для нефти линия распределения давления прямая линия, а для газа – параболла. При фильтрации газа градиенты давления при малых давлениях больше, чем при больших, поэтому и скорости фильтрации при малых давлениях больше, чем при больших.

### 3.2. ПРИТОК ГАЗА К СКВАЖИНЕ ПО ЗАКОНУ ДАРСИ

Исследуем установившийся плоскорадиальный фильтрационный поток идеального газа. Для этого воспользуемся аналогией между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа. Запишем формулу дебита совершенной скважины для несжимаемой жидкости:

$$Q = \frac{2 p k h (p_k - p_c)}{m \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (3.17)$$

Приведем в этом уравнении замены. Заменяем давление  $p$  на функцию

Лейбензона  $T$ , а объемный расход  $Q$  на массовый расход  $Q_m$ .

$$Q_m = \frac{2 p_k h (T_k - T_c)}{M \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (3.18)$$

В последней формуле распишем функцию Лейбензона, тогда массовый дебит газовой скважины будет рассчитываться по формуле:

$$Q_m = \frac{p_k h c_{ат} (p_k^2 - p_c^2)}{M p_{ат} \ln \frac{R_k}{r_c}}, \quad (3.19)$$

а приведенный к атмосферным условиям объемный расход

$$Q_{ат} = \frac{p_k h (p_k^2 - p_c^2)}{M p_{ат} \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (3.20)$$

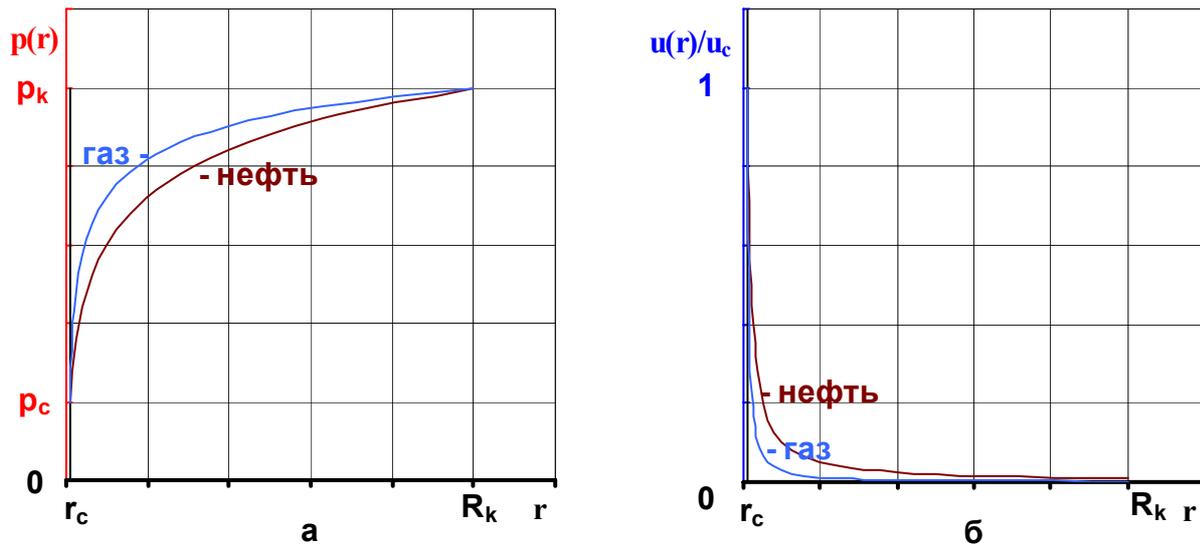
Расчет распределения давления вокруг газовой скважины производится в той же последовательности:

$$\begin{aligned} p(r) &= p_k - \frac{(p_k - p_c)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \left( \frac{r}{r_c} \right) \\ T(r) &= T_k - \frac{(T_k - T_c)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \left( \frac{r}{r_c} \right) \\ p^2(r) &= p_k^2 - \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \left( \frac{r}{r_c} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Скорости фильтрации в любой точки вокруг скважины можно найти из уравнения неразрывности:

$$u(r) = \frac{Q_m}{c(p)_{щ}}. \quad (3.22)$$

На Рис. 3.2.а, и б приведены распределение давления и скорости фильтрации вокруг газовой скважины. У газовой скважины падение давления вблизи скважины больше, чем у нефтяной, поэтому при прочих равных условиях и скорости фильтрации у газовой скважины уменьшается быстрее, чем у нефтяной скважины.



Распределение давления а) и отношение скорости фильтрации в пласте к скорости фильтрации на скважине б) для газовой скважины

Рис. 3.2

### 3.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН НА СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ

Исследование газовых скважин на стационарных режимах производится аналогично исследованию нефтяных скважин. На каждом режиме (определенном диаметра отверстия штуцера) измеряют дебит газовой скважины  $Q_{ат}$  и давление на скважине  $p_c$ . Если скважина закрыта, то давление в горизонтальном пласте одинаково и равно давлению на контуре питания, а дебит скважины равен нулю. По результатам исследований строят индикаторную диаграмму. Индикаторной диаграммой для газовой скважины называют зависимость разности квадратов абсолютных давлений от дебита скважины. Поэтому по известным давлениям на скважине и контурному давлению (давлению на забое закрытой скважины) находят  $\Delta p^2 = p_k^2 - p_c^2$  и строят график зависимости  $\Delta p^2 = \Delta p^2(Q_{ат})$ . Характерные типы индикаторных диаграмм приведены на ??.

Как следует из формулы Дюпюи для газовой скважины, дебит скважины прямо пропорционален  $\Delta p^2$ , поэтому при выполнении закона Дарси индикаторная диаграмма является прямой линией. При нарушении закона Дарси индикаторная диаграмма отклоняется в сторону оси депрессий (для газовых скважин это происходит в большинстве случаев). В этом случае обрабатываются только те точки, которые ложатся на прямую линию при малых дебитах.

Для определения параметров пласта необходимо по точкам при малых расходах провести прямую линию проходящую через начало координат. На этой линии выбрать любую точку и найти значения  $\Delta p^2_*$  и  $Q_*$ . По этим значениям найти коэффициент продуктивности газовой скважины  $K$ , который является отношением дебита скважины к разности квадратов давлений

$$K = \frac{Q_*}{\Delta p_*^2} \quad (3.23)$$

и имеет размерность  $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{Па}^2)$ . Величина обратная коэффициенту продуктивности называется фильтрационным сопротивлением

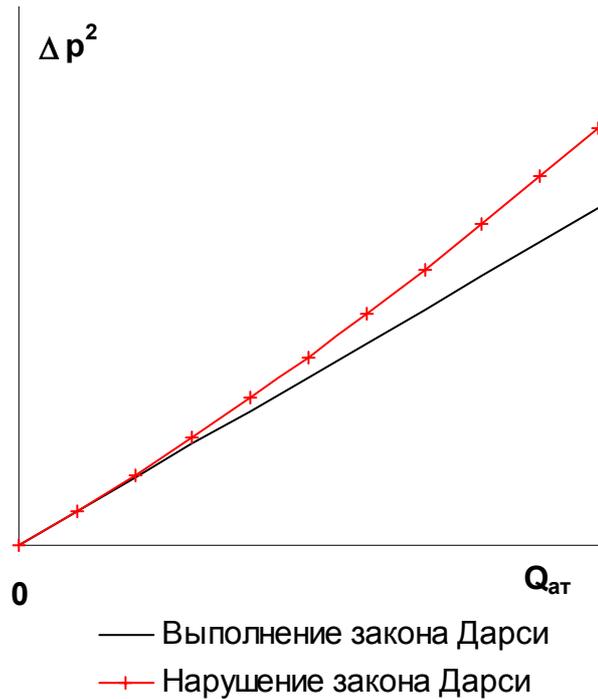
$$a = \frac{1}{K}. \quad (3.24)$$

Для газовых скважин при фильтрации по закону Дарси коэффициент продуктивности равен

$$K = \frac{\rho k h}{m \rho_{ат} \ln(R_k/r_c)}. \quad (3.25)$$

По известному значению коэффициента продуктивности или фильтрационного сопротивления можно найти гидропроводность пласта  $kh/\mu$

$$\frac{k h}{m} = \frac{K \rho_{ат} \ln(R_k/r_c)}{\rho} = \frac{\rho_{ат} \ln(R_k/r_c)}{\rho a}. \quad (3.26)$$



Индикаторные диаграммы газовых скважин  
Рис. 3.3

### 3.4. ПЛОСКОРАДИАЛЬНЫЙ ПОТОКИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ПРИ НАРУШЕНИИ ЗАКОНА ДАРСИ

Вблизи большинства газовых скважин происходит нарушение закона Дарси, поэтому расчеты, связанные с разработкой газовой месторождений, а также с исследованием скважин, проводят обычно по нелинейным законам фильтрации. При этом нельзя использовать для расчета дебита скважины формулу Дюпюи и нельзя использовать аналогию между фильтрацией жидкости и газа, так как они выведены с учетом движения по закону Дарси.

Пусть в газовом пласте толщиной  $h$  и проницаемостью  $k$  пробурена скважина радиусом  $r_c$ . На скважине поддерживается давление  $p_c$ , а на контуре питания радиусом  $R_k$  давление  $p_k$ . В пласте происходит фильтрация газа по нелинейному (двухчленному) закону фильтрации. Необходимо рассчитать дебит скважины и распределение давления вокруг скважины. Математически эта задача описывается уравнением неразрывности потока

$$c_{ат} Q_{ат} = Q_m = c(p) u_r \pi c(p) u_r 2p r h = const. \quad (3.27)$$

Нелинейным законом фильтрации:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{m}{k} u_r + b \frac{c}{\sqrt{k}} u_r^2, \quad (3.28)$$

Зависимостью плотностью газа от давления

$$c = c_{ат} \frac{p}{p_{ат}}. \quad (3.29)$$

И граничными условиями:

$$\begin{aligned} p(r_c) &= p_c \text{ при } r = r_c; \\ p(R_k) &= p_k \text{ при } r = R_k. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Эту систему уравнений будем решать методом исключения переменных. Из уравнения неразрывности найдем скорость фильтрации и подставим в нелинейный закон фильтрации. При этом исключается скорость фильтрации из уравнения фильтрации:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{m Q_m}{k c 2 p r h} + b \frac{Q_m^2}{\sqrt{k} (2 p r h)^2 c}. \quad (3.31)$$

Выразим массовый расход через объемный расход при атмосферном давлении, а плотность через давление

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{m p_{ат} Q_{ат}}{k p 2 p r h} + b \frac{p_{ат} c_{ат} Q_{ат}^2}{\sqrt{k} (2 p r h)^2 p}. \quad (3.32)$$

Полученное дифференциальное уравнение первого порядка будем интегрировать методом разделения переменных. Для этого умножим уравнение на  $2 p dr$ :

$$2 p dp = \frac{m p_{ат} Q_{ат}}{k p h} \frac{d r}{r} + b \frac{2 p_{ат} c_{ат} Q_{ат}^2}{\sqrt{k} (2 p h)^2} \frac{d r}{r^2}. \quad (3.33)$$

Для того, чтобы найти распределение давления вокруг скважины будем интегрировать это уравнение по давлению от давления на скважине  $p_c$  до текущего давления  $p(r)$ , а по радиусу от радиуса скважины  $r_c$  до текущего радиуса:

$$p(r)^2 - p_c^2 = \frac{m p_{ат} Q_{ат}}{k p h} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right) + \frac{b p_{ат} c_{ат} Q_{ат}^2}{2 \sqrt{k} (p h)^2} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r}\right) \quad (3.34)$$

Для нахождения дебита скважины воспользуемся вторым граничным условием – заданным давлением  $p_k$  на контуре питания. Пренебрегая  $1/R_k$  во втором слагаемом ( $1/R_k \ll 1/r_c$ ) получим:

$$p_k^2 - p_c^2 = \frac{m p_{ат} Q_{ат}}{k p h} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right) + \frac{b p_{ат} c_{ат} Q_{ат}^2}{2 \sqrt{k} (p h)^2} \frac{1}{r_c}. \quad (3.35)$$

Обычно вводят обозначения

$$\begin{aligned} a &= \frac{m p_{ат}}{k p h} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right), \\ b &= \frac{b p_{ат} c_{ат}}{2 \sqrt{k} (p h)^2} \frac{1}{r_c}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Тогда уравнение расчета дебита примет вид

$$p_k^2 - p_c^2 = a Q_{ат} + b Q_{ат}^2. \quad (3.37)$$

Коэффициенты “а” и “b” называются коэффициентами фильтрационных сопротивлений и определяются опытным путем по данным исследования скважины при установившихся режимах. Для нахождения дебита скважины по известным значениям “а”, “b” и разницы квадратов давлений необходимо решить квадратное уравнение:

$$Q_{ат} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4 b (p_k^2 - p_c^2)}}{2 b}. \quad (3.38)$$

В этом уравнении выбираем знак + так, как дебит скважины не может быть отрицательным. При  $b \rightarrow 0$  последнее уравнение приводит к неопределенности типа  $0/0$ , поэтому преобразуем это уравнение к виду, в котором этой неопределенности нет:

$$Q_{ат} = \frac{2 (p_k^2 - p_c^2)}{a + \sqrt{a^2 + 4 b (p_k^2 - p_c^2)}}. \quad (3.39)$$

### 3.5. ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН НА СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ ПРИ НАРУШЕНИИ ЗАКОНА ДАРСИ

Недостатком исследования газовых скважин при выполнении закона Дарси является то, что обработки подвергаются не все точки, а только те, которые ложатся на прямую линию при малых дебитах. Остальные точки отбрасываются, поэтому теряется информация и точность определения параметров пласта уменьшается.

$$p_k^2 - p_c^2 = a Q_{ат} + b Q_{ат}^2 \quad (3.40)$$

Эта линия представляет собой параболу. Для обработки результатов удобнее всего линейные зависимости. Преобразуем последнее уравнение к новым координатам таким образом, чтобы в новых координатах зависимость была линейной. Это можно сделать различными способами, но наиболее простой заключается в делении полученного уравнения на  $Q_{ат}$ . Тогда в новых координатах

$$y = \frac{p_k^2 - p_c^2}{Q_{ат}}, x = Q_{ат} \quad (3.41)$$

теоретическая зависимость преобразуется в прямую линию

$$y = a + b x \quad (3.42)$$

Поэтому экспериментальные точки обрабатывают в этих координатах. По точкам графически или методом наименьших квадратов проводят прямую линию. Коэффициент “а” этой линии представляет собой отрезок, отсекаемый линией на оси ординат (у). Коэффициент “b” — тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс,  $b = \operatorname{tg} \alpha$  (рис. ??). Для того, чтобы найти этот коэффициент, необходимо на прямой выбрать какую – либо точку (\*) и снять координаты этой точки  $y^*$  и  $x^*$ . Тогда значение коэффициента “b” будет равно

$$b = \frac{y^* - a}{x^*} \quad (3.43)$$

По известному значению коэффициента “а” находится гидропроводность пласта

$$\frac{k h}{m} = \frac{p_{ат} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{p a} \quad (3.44)$$

По коэффициенту “b” можно найти константу  $\beta$ , которая входит в двухчленный закон фильтрации. Но обычно ее не определяют, а используют в дальнейшем само значение коэффициента “b”.

### 3.6. ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

#### Пример 3.1.

Пласт толщиной  $h = 7$  м разрабатывается галереей длиной  $L = 200$  м и шириной  $B = 300$  м. Манометрические давления на контуре питания и галерее равны  $p_{МК} = 14,9$  МПа и  $p_{МГ} = 7,9$  МПа. Пласт имеет проницаемость  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup> и

пористость  $m = 15\%$ . По пласту фильтруется газ с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 0,021$  мПа·с и плотностью  $\rho_{ат} = 0,815$  кг/м<sup>3</sup>.

Определить:

дебит галлерей;

давление на расстоянии 50 м от галлерей;

нарушается ли закон Дарси?

Решение:

Дебит галлерей при фильтрации нефти рассчитывается по формуле:

$$Q = \frac{k}{m} \frac{(p_k - p_r)}{L} B h.$$

Для того, чтобы перейти от формул фильтрации несжимаемой жидкости к формулам фильтрации газа, произведем замены. Заменяем объемный расход на массовый расход, а давление на функцию Лейбенсона:

$$Q_m = \frac{k}{m} \frac{(T_k - T_c)}{L} B h.$$

Выражая массовый расход через объемный расход  $Q_m = \rho_{ат} Q_{ат}$ , а функцию Лейбенсона через давление  $T = \frac{c_{ат} p^2}{2 \rho_{ат}}$ , получим:

$$Q_{ат} = \frac{k}{m} \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{2 p_{ат} L} B h = \frac{0,15 \cdot 10^{-12}}{0,021 \cdot 10^{-3}} \frac{\left( (15 \cdot 10^6)^2 - (8 \cdot 10^6)^2 \right)}{0,1 \cdot 10^6 \cdot 200} 300 \cdot 7 = 121 \text{ м}^3/\text{с}.$$

При фильтрации газа в уравнения необходимо подставлять только абсолютные давления. Абсолютное давление выражается через манометрическое давление  $p = p_m + p_{ат}$ . Поэтому абсолютные давления на контуре питания и на галлее будут равны  $p_k = 14,9 + 0,1 = 15,0$  МПа, равны  $p_r = 7,9 + 0,1 = 8,0$  МПа.

Точка в которой необходимо найти давление расположена на расстоянии 50 м от галлерей. Поэтому координата этой точки относительно контура питания равна  $x = L - 50 = 200 - 50 = 150$  м. В случае фильтрации несжимаемой жидкости давление рассчитывается по формуле:

$$p(x) = p_k - (p_k - p_r) \frac{x}{L}$$

Производя замены, получим:

$$T(x) = T_k - (T_k - T_c) \frac{x}{L}$$

Выражая функцию Лейбенсона через давление, получим

$$p^2(x) = p_k^2 - (p_k^2 - p_r^2) \frac{x}{L}$$

или

$$p(x) = \sqrt{p_k^2 - (p_k^2 - p_r^2) \frac{x}{L}} = \sqrt{15^2 - (15^2 - 8^2) \frac{150}{200}} = 10,3 \text{ МПа.}$$

Для того, чтобы определить выполняется ли закон Дарси необходимо рассчитать число Рейнольдса. Число Рейнольдса удобно рассчитывать по формуле:

$$Re = \frac{10 Q_m \sqrt{k}}{m^{2,3} \text{ мЩ}} = \frac{10 \cdot 90,6 \cdot \sqrt{0,15 \cdot 10^{-12}}}{0,15^{2,3} \cdot 0,021 \cdot 10^{-3} \cdot 2100} = 0,625.$$

Массовый расход нефти  $Q_m = Q_{ат}$   $\rho_{ат} = 121 \cdot 0,815 = 90,6 \text{ кг/с}$ . Площадь поперечного сечения галереи  $\omega = B h = 300 \cdot 7 = 2100 \text{ м}^2$  и постоянна по длине галереи. Поэтому число Рейнольдса также постоянно по длине галереи и меньше критического, которое принимаем равным  $Re_{кр} = 1$ . Так, как выполняется условие  $Re = 0,625 < Re_{кр} = 1$ , то закон Дарси выполняется.

Ответ:  $Q_{ат} = 121 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $p(150) = 10,3 \text{ МПа}$ ; Закон Дарси выполняется.

### Пример 3.2.

Газовый пласт толщиной  $h = 5 \text{ м}$  разрабатывается скважиной радиусом  $r_c = 0,1 \text{ м}$ . Манометрические давления на контуре питания и скважине равны  $p_{МК} = 24,9 \text{ МПа}$  и  $p_{МС} = 17,9 \text{ МПа}$ . Пласт имеет проницаемость  $k = 0,17 \text{ мкм}^2$  и пористость  $m = 15\%$ . По пласту фильтруется газ с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 0,025 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  и плотностью  $\rho_{ат} = 0,820 \text{ кг/м}^3$ . Радиус контура питания находится на расстоянии  $R_k = 100 \text{ м}$ .

Определить:

дебит скважины;

давление на расстоянии 10 м от скважины;

нарушается ли закон Дарси на боковой поверхности скважины?

Решение:

Дебит скважины при фильтрации нефти рассчитывается по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2 p k h}{m} \frac{(p_k - p_r)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

Для того, чтобы перейти от формул фильтрации несжимаемой жидкости к формулам фильтрации газа, произведем замены. Заменяем объемный расход на массовый расход, а давление на функцию Лейбенсона:

$$Q_m = \frac{2 p k h (T_k - T_c)}{m} \frac{1}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}.$$

Выражая массовый расход через объемный расход  $Q_m = \rho_{ат} Q_{ат}$ , а функцию

Лейбенсона через давление  $T = \frac{c_{ат} p^2}{2 \rho_{ат}}$ , получим:

$$Q_{ат} = \frac{p k h (p_k^2 - p_c^2)}{m \rho_{ат} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} = \frac{3,14 \cdot 0,17 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \left( (25 \cdot 10^6)^2 - (18 \cdot 10^6)^2 \right)}{0,025 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot \ln\left(\frac{100}{0,1}\right)} = 46,6 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Абсолютные давления на контуре питания и на галлее будут равны  $p_k = 24,9 + 0,1 = 25,0$  МПа, равны  $p_c = 17,9 + 0,1 = 18,0$  МПа.

В случае фильтрации несжимаемой жидкости к скважине давление рассчитывается по формуле:

$$p(r) = p_k - \frac{(p_k - p_r)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right)$$

Производя замены, получим:

$$T(r) = T_k - \frac{(T_k - T_c)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right)$$

Выражая функцию Лейбенсона через давление

$$p^2(r) = p_k^2 - \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right)$$

или

$$p(x) = \sqrt{p_k^2 - \frac{(p_k^2 - p_c^2)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right)} = \sqrt{25^2 - \frac{(25^2 - 18^2)}{\ln\left(\frac{100}{0,1}\right)} \ln\left(\frac{100}{10}\right)} = 22,9 \text{ МПа.}$$

Для того, чтобы определить выполняется ли закон Дарси необходимо рассчитать число Рейнольдса в данной точке. Число Рейнольдса удобно рассчитывать по формуле:

$$Re = \frac{10 Q_m \sqrt{k}}{m^{2,3} \text{ мщ}} = \frac{10 \cdot 30,2 \cdot \sqrt{0,17 \cdot 10^{-12}}}{0,15^{2,3} \cdot 0,025 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14} = 124.$$

Массовый расход нефти  $Q_m = Q_{ат} \rho_{ат} = 46,6 \cdot 0,820 = 30,2$  кг/с. Площадь поперечного сечения зависит от расстояния до скважины. На боковой поверхности скважины она равно  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot r_c \cdot h = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 5 = 3,14$  м<sup>2</sup>. Поэтому число Рейнольдса будет различным, на различных расстояниях от скважины. Закон Дарси не выполняется, если число Рейнольдса больше критического, которое принимаем равным  $Re_{кр} = 1$ . Так, как выполняется условие  $Re = 124 > Re_{кр} = 1$ , то закон Дарси не выполняется.

Ответ:  $Q = 46,6$  м<sup>3</sup>/с;  $p(10) = 22,9$  МПа; Закон Дарси нарушается.

### Пример 3.3.

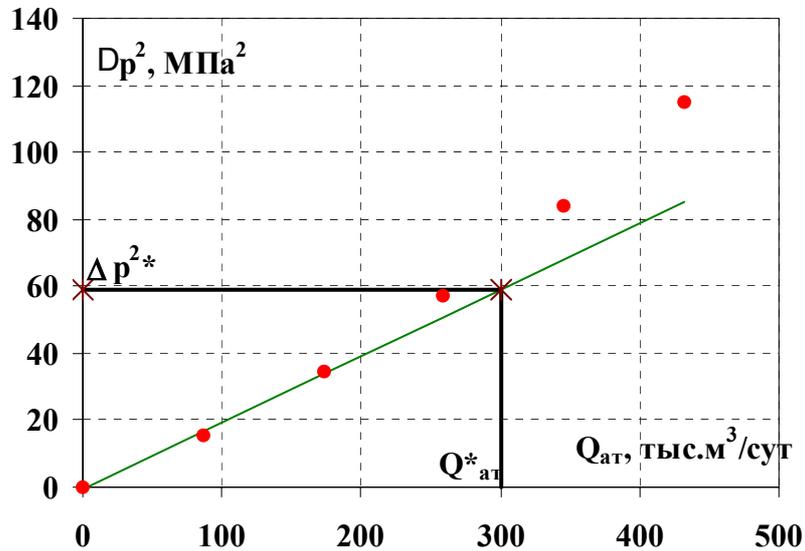
При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Построить индикаторную диаграмму. Определить коэффициент продуктивности газовой скважины, фильтрационное сопротивление и проницаемость пласта, если радиус контура питания 100 м, радиус скважины 0,1 м, толщина пласта 10 м, а вязкость газа  $\mu = 0,025$  мПа·с.

Решение:

Таблица 3.1

$Q_{ат}$ , тыс.м <sup>3</sup> /сут	$P_{мс}$ , МПа	$P_c$ , МПа	$\square p^2$ , МПа <sup>2</sup>
------------------------------------	----------------	-------------	----------------------------------

0,0	49,9	<i>50,0</i>	<i>0,0</i>
86,4	49,7	<i>49,8</i>	<i>15,3</i>
172,8	49,6	<i>49,7</i>	<i>34,4</i>
259,2	49,3	<i>49,4</i>	<i>57,3</i>
345,6	49,1	<i>49,2</i>	<i>84,1</i>
432,0	48,7	<i>48,8</i>	<i>115</i>



Обработка результатов исследования газовой скважины на стационарных режимах при выполнении закона Дарси.

Рис. 3.4

Индикаторной диаграммой при фильтрации газа называется зависимость разности квадратов абсолютных давлений на контуре питания и скважине от дебита  $\Delta p^2 = p_k^2 - p_c^2 = f(Q_{ат})$ . Найдем абсолютные давления на скважине для первой строчки таблицы  $p_c = p_{cm} + p_{ат} = 49,9 + 0,1 = 50,0$  МПа. Когда скважина не работает, то давление в горизонтальном пласте одинаково и равно давлению на контуре, то есть  $p_k = p_{c0} = 50,0$  МПа. Разность квадратов абсолютных давлений будет равна  $p_k^2 - p_c^2 = 50^2 - 50^2 = 0$  МПа<sup>2</sup>. Аналогично рассчитываются остальные значения и результаты заносим в таблицу. Расчетные значения в таблице выделены курсивом. По полученным данным строим индикаторную диаграмму Рис.???. При фильтрации по закону Дарси, индикаторная диаграмма представляет собой прямую линию, выходящую из начала координат. При фильтрации газа закон Дарси часто нарушается при больших дебитах, поэтому отбрасываем точки, которые при больших дебитах отклоняются в сторону оси  $\Delta p^2$ . По оставшимся точкам из начала координат проводим прямую линию. На этой линии выбираем точку (\*) и снимаем значения координат этой точки  $\Delta p^{2*} = 59$  МПа<sup>2</sup>,  $Q_{ат}^* = 300$  тыс.м<sup>3</sup>/сут. Находим коэффициент продуктивности скважины  $K$  и коэффициент фильтрационного сопротивления  $a$ :

$$K = \frac{Q^*}{(Dr^2)^*} = \frac{300}{59} = 5,08 \frac{\text{тыс.м}^3}{\text{МПа}^2 \text{сут}} = 5,08 \frac{10^3 \text{ м}^3}{(10^6 \text{ МПа})^2 86400 \text{ с}} = 5,88 \cdot 10^{-14} \frac{\text{м}^3}{\text{МПа}^2 \text{с}};$$

$$a = \frac{(Dr^2)^*}{Q^*} = \frac{59}{300} = 0,197 \frac{\text{МПа}^2 \text{сут}}{\text{тыс.м}^3} = 0,197 \frac{(10^6 \text{ МПа})^2 86400 \text{ с}}{10^3 \text{ м}^3} = 1,7 \cdot 10^{13} \frac{\text{МПа}^2 \text{с}}{\text{м}^3}.$$

По значению фильтрационного сопротивления находим коэффициент гидропроводности пласта и проницаемость пласта:

$$\frac{k h}{m} = \frac{p_{ат} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{p a} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \ln\left(\frac{100}{0,1}\right)}{3,14 \cdot 1,70 \cdot 10^{13}} = 1,29 \cdot 10^{-8} \frac{\text{м}^3}{\text{Па с}},$$

$$k = 1,29 \cdot 10^{-8} \frac{\text{м}}{h} = 1,29 \cdot 10^{-8} \frac{0,025 \cdot 10^{-3}}{10} = 3,23 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2.$$

Ответ:  $K = 5,88 \cdot 10^{-14} \text{ м}^3/(\text{Па}^2 \cdot \text{с})$ ;  $a = 1,70 \cdot 10^{13} (\text{Па}^2 \cdot \text{с})/\text{м}^3$ ;  $k = 3,23 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ .

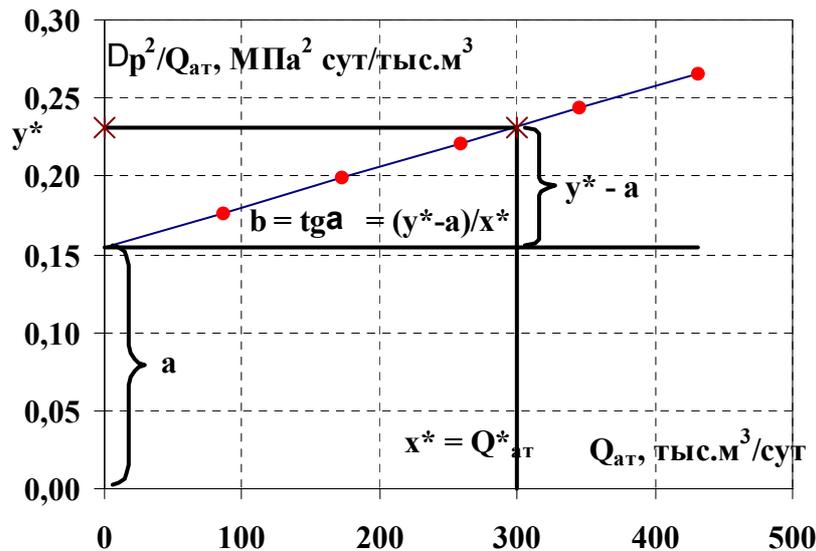
#### Пример 3.4.

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Обработать результаты исследования с учетом нарушения закона Дарси. Найти фильтрационные сопротивления “а” и “b”. Определить гидропроводность пласта. Определить дебит скважины при давлении на скважине  $p_{мс} = 39,9 \text{ МПа}$ .

Решение:

Таблица 3.2

Q, тыс.м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа	P <sub>с</sub> , МПа	Δp <sup>2</sup> , МПа <sup>2</sup>	Δp <sup>2</sup> /Q <sub>ам</sub> , МПа <sup>2</sup> сут/тыс.м <sup>3</sup>
0,0	49,9	<b>50,0</b>	<b>0,0</b>	-
86,4	49,7	<b>49,8</b>	<b>15,3</b>	<b>0,177</b>
172,8	49,6	<b>49,7</b>	<b>34,4</b>	<b>0,199</b>
259,2	49,3	<b>49,4</b>	<b>57,3</b>	<b>0,221</b>
345,6	49,1	<b>49,2</b>	<b>84,1</b>	<b>0,243</b>
432,0	48,7	<b>48,8</b>	<b>114,7</b>	<b>0,266</b>



Обработка результатов исследования газовой скважины на стационарных режимах при нарушении закона Дарси.

Рис. 3.5

Обработка результатов исследования газовых скважин с учетом нарушения закона Дарси проводится в координатах  $y = (p_k^2 - p_c^2)/Q_{ат}$  и  $x = Q_{ат}$ . В этих координатах теоретическая зависимость при фильтрации по двухчленному закону фильтрации представляет собой прямую линию  $y = a + b x$ . Поэтому как и в предыдущем примере рассчитываем абсолютное давление  $p_c$ , разность квадратов абсолютных давлений  $\Delta p^2 = p_k^2 - p_c^2$ , но кроме того рассчитываем отношение разности квадратов давлений к дебиту скважины. При дебите  $Q_{ат} = 0$  это отношение невозможно рассчитать, так, как возникает неопределенность  $0/0$ , поэтому в последнем столбце ставим прочерк. Все результаты заносим в таблицу 3.2. По результатам расчета откладываем полученные точки на графике в координатах  $\Delta p^2/Q_{ат}$  и  $Q_{ат}$  (Рис. 3.5). По полученным точкам проводим прямую линию. Коэффициент фильтрационного сопротивления “а” представляет собой отрезок который отсекает линия при  $Q_{ат} = 0$ . Из графика находим  $a = 0,155$  МПа<sup>2</sup>·сут/тыс.м<sup>3</sup>. Коэффициент фильтрационного сопротивления “b” представляет собой тангенс угла наклона линии к горизонту. Для его нахождения выберем точку на прямой (\*) и снимем значения координат этой точки  $y^* = 0,23$  МПа<sup>2</sup>·сут/тыс.м<sup>3</sup>,  $x^* = 300$  тыс.м<sup>3</sup>/сут. Так, как точка лежит на прямой, то она удовлетворяет этой прямой, поэтому  $y^* = a + b x^*$ . Откуда найдем:

$$b = \frac{(y^* - a)}{x^*} = \frac{(0,23 - 0,155)}{300} = 2,50 \cdot 10^{-4} \frac{\text{МПа}^2 \text{сут}^2}{(\text{тыс.м}^3)^2}$$

В системе СИ коэффициенты “а” и ”b” будут равны:

$$a = 0,155 \frac{\text{МПа}^2 \text{сут}}{\text{тыс. м}^3} = 0,155 \frac{(10^6 \text{ Па})^2 \cdot 86400 \text{ сек}}{10^3 \text{ м}^3} = 1,34 \cdot 10^{13} \frac{\text{Па}^2 \text{ с}}{\text{м}^3},$$

$$b = 2,50 \cdot 10^{-4} \frac{\text{МПа}^2 \text{сут}^2}{(\text{тыс. м}^3)^2} = 2,50 \cdot 10^{-4} \frac{(10^6 \text{ Па})^2 (86400 \text{ сек})^2}{(10^3 \text{ м}^3)^2} = 1,87 \cdot 10^{12} \frac{\text{Па}^2 \text{ с}^2}{\text{м}^6}.$$

Коэффициент “а” связан с гидропроводностью пласта соотношением

$$\frac{k h}{m} = \frac{p_{\text{ат}} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{p a} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot \ln\left(\frac{100}{0,1}\right)}{3,14 \cdot 1,34 \cdot 10^{13}} = 1,64 \cdot 10^{-8} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Для нахождения дебита скважины при давлении на скважине  $p_{\text{мс}} = 39,9$  МПа найдем абсолютное давление  $p_c = 39,9 + 0,1 = 40,0$  МПа и разность квадратов давлений  $p_k^2 - p_c^2 = 50^2 - 40^2 = 900$  МПа<sup>2</sup>. Тогда:

$$Q_{\text{ат}} = \frac{2(p_k^2 - p_c^2)}{a + \sqrt{a^2 + 4b(p_k^2 - p_c^2)}} = \frac{2 \cdot 900}{0,155 + \sqrt{0,155^2 + 4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 900}} =$$

$$= 1610 \frac{\text{тыс. м}^3}{\text{сут}} = 1610 \frac{10^3 \text{ м}^3}{86400 \text{ с}} = 18,6 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ:  $a = 1,34 \cdot 10^{13}$  (Па<sup>2</sup>·с)/м<sup>3</sup>;  $b = 1,87 \cdot 10^{12}$  Па<sup>2</sup>·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>;  $Q_{\text{ат}} = 18,6$  м<sup>3</sup>/с.

### Задача 3.1

Определить значение числа Рейнольдса у стенки гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия газовой скважины если известно, что эксплуатационная колонна перфорирована, на каждом погонном метре колонны прострелено 10 отверстий диаметром  $d_{\text{п}} = 10$  мм, толщина пласта  $h = 15$  м, проницаемость пласта  $k = \text{мкм}^2$ , пористость его  $m = 18\%$ , коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,024$  мПа·с, плотность газа  $\rho_{\text{ат}} = 0,720$  кг/м<sup>3</sup> и дебит скважины составляет  $Q_{\text{ат}} = 140$  тыс.м<sup>3</sup>/сут.

### Задача 3.2

Определить дебит газовой галереи шириной  $B = 100$  м, если толщина пласта  $h = 10$  м, расстояние до контура питания  $L = 300$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,12$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,022$  мПа·с, манометрические давления на контуре питания  $p_{\text{мк}} = 8$  МПа и давление в галерее  $p_{\text{мг}} = 4$  МПа.

### Задача 3.3

Определить нарушается ли закон Дарси в газовой галерее шириной  $B = 200$  м, если толщина пласта  $h = 5$  м, расстояние до контура питания  $L = 100$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,2$  мкм<sup>2</sup>, плотность и динамический коэффициент вязкости газа  $\rho_{\text{ат}} = 0,78$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu = 0,019$  мПа·с, пористость пласта 15%, абсолютные давления на контуре питания и скважине  $p_k = 18$  МПа;  $p_r = 4$  МПа.

## Задача 3.4

Определить давление на расстоянии 50 метров от газовой галереи шириной  $B = 200$  м, если толщина пласта  $h = 15$  м, расстояние до контура питания  $L = 200$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 0,013$  мПа·с, дебит галереи  $Q_{ат} = 200$  м<sup>3</sup>/сут и абсолютное давление на галерее  $p_r = 8$  МПа.

## Задача 3.5

Определить дебит газовой скважины в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси, если известно, что манометрические давления на контуре питания и забое скважины  $p_{мк} = 18$  МПа,  $p_{мс} = 10$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 15$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 1$  км, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,014$  мПа·с.

## Задача 3.6

Определить нарушается ли закон Дарси на расстоянии 1 м от газовой скважины, если известно, что абсолютные давления на контуре питания и забое скважины  $p_k = 8$  МПа,  $p_c = 3$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 10$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 100$  м, плотность и динамический коэффициент вязкости газа  $\rho_{ат} = 0,77$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu = 0,0180$  мПа·с, пористость пласта 12%.

## Задача 3.7

Определить давление на расстоянии 3 м от газовой скважины в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси, если известно, что манометрическое давление на контуре питания  $p_{мк} = 27,9$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 15$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 1$  км, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,019$  мПа·с. Дебит скважины  $Q_{ат} = 86,4$  тыс.м<sup>3</sup>/сут.

## Задача 3.8

По модели пласта в виде керна диаметром 2 см и длиной 5 см за десять минут прокачан объем газа  $W_{ат} = 2$  м<sup>3</sup>. Определить коэффициент проницаемости керна, если известно, что манометрические давления на входе и на выходе в модель равны  $p_{м1} = 1,2$  МПа,  $p_{м2} = 0,0$  МПа, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,018$  мПа·с.

## Задача 3.9

Построить индикаторную диаграмму для газовой совершенной скважины, если известно, что абсолютное давление на контуре питания  $p_k = 8,82$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,06$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 10$  м, диаметр скважины  $D_c = 24,8$  см, расстояние от оси скважины до контура питания  $R_k = 10$  км и динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,015$  мПа·с. Фильтрации происходит по закону Дарси.

## Задача 3.10

Газовая скважина радиусом  $r_c = 0,1$  м и контуром питания  $R_k = 250$  м при манометрическом давлении на скважине  $p_{mc} = 8,9$  МПа дают дебит  $100$  тыс.м<sup>3</sup>/сут. Определить дебит скважины при манометрическом давлении на скважине  $p_{mc1} = 11,9$  МПа, если давление на контуре питания  $p_{mk} = 18,9$  МПа.

## Задача 3.11

Определить абсолютное давление на контуре питания в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси, если известно, что манометрическое давление на забое скважины  $p_{mc} = 14,9$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,06$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h = 15$  м, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 500$  м, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu = 0,019$  мПа·с. Дебит скважины  $Q_{ат} = 864$  тыс.м<sup>3</sup>/сут.

## Задача 3.12

Определить абсолютное давление на расстояниях  $r_1 = 1$  м и  $r_2 = 10$  м, если происходит установившаяся плоскорадиальная фильтрация по закону Дарси. Манометрические давления на контуре питания и скважине равны  $p_{mk} = 24,9$  МПа,  $p_{mc} = 14,9$  МПа, диаметр скважины  $D_c = 20$  см, радиус контура питания  $R_k = 500$  м. Построить кривую изменение давления вокруг скважины.

## Задача 3.13

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить гидропроводность пласта, если радиус контура питания  $100$  м, радиус скважины  $0,1$  м.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>mc</sub> , МПа
0,0	19,9
8,1	19,4
15,8	18,9
24,3	18,4
31,7	17,9
37,0	17,4

## Задача 3.14

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить проницаемость пласта, если радиус контура питания  $150$  м, радиус скважины  $0,1$  м, толщина пласта  $10$  м, а вязкость газа  $\mu = 0,021$  мПа·с.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>mc</sub> , МПа
0,0	49,9
8,6	48,8
17,2	47,9
25,9	46,8
34,5	45,9
40,2	44,8

## Задача 3.15

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить толщину пласта, если радиус контура питания  $250$  м, радиус скважины  $0,1$  м, проницаемость пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, а вязкость газа  $\mu = 0,017$  мПа·с.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>mc</sub> , МПа
0,0	24,9
10,0	24,5
20,0	24,0
30,0	23,6
40,0	23,1
50,0	21,5

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>mc</sub> , МПа
------------------------	-----------------------

## Задача 3.16

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Определить гидропроводность пласта, если радиус контура питания 200 м, радиус скважины 0,1 м.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	24,9
24,1	23,9
47,9	22,9
72,2	21,9
95,8	20,9
110,0	19,9

## Задача 3.17

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Обработать результаты с учетом нарушения закона Дарси. Определить гидропроводность пласта, если радиус контура питания 100 м, радиус скважины 0,1 м.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	19,9
8,1	19,4
15,8	18,9
24,3	18,4
31,7	17,9
37,0	17,4

## Задача 3.18

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Обработать результаты с учетом нарушения закона Дарси. Определить проницаемость пласта, если радиус контура питания 150 м, радиус скважины 0,1 м, толщина пласта 10 м, а вязкость газа  $\mu = 0,025$  мПа·с.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	49,9
8,6	48,8
17,2	47,9
25,9	46,8
34,5	45,9
40,2	44,8

## Задача 3.19

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Обработать результаты с учетом нарушения закона Дарси. Определить толщину пласта, если радиус контура питания 250 м, радиус скважины 0,1 м, проницаемость пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, а вязкость нефти  $\mu = 0,015$  мПа·с.

Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	24,9
10,0	24,5
20,0	24,0
30,0	23,6
40,0	23,1
50,0	21,5

## Задача 3.20

При исследовании газовой скважины на стационарном режиме получены следующие значения манометрических давлений и расходов. Обработать результаты с учетом нарушения закона Дарси. Определить коэффициенты фильтрационных сопротивлений A и B.

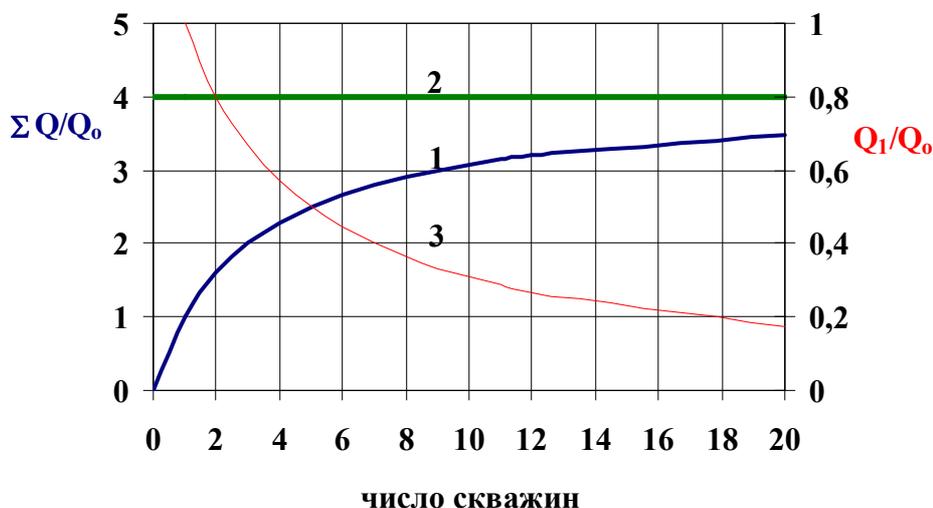
Q, м <sup>3</sup> /сут	P <sub>мс</sub> , МПа
0,0	24,9
24,1	23,9
47,9	22,9
72,2	21,9
95,8	20,9
110,0	19,9

## 4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СКВАЖИН

Точечный источник и сток. Метод суперпозиции решений. Приток жидкости к группе скважин с удаленным контуром питания. Приток к скважине у прямолинейного контура питания. Приток к скважине у непроницаемой границы. Метод отражения. Приток к цепочкам скважин. Метод фильтрационных сопротивлений Борисова.

### 4.1. ПРИТОК ЖИДКОСТИ К ГРУППЕ СКВАЖИН С УДАЛЕННЫМ КОНТУРОМ ПИТАНИЯ

Интерференцией (взаимодействием) называется явление влияния работающих скважин друг на друга. Наиболее наглядно интерференция проявляется в том, что при одинаковых условиях работы скважин суммарный дебит всех скважин растет не прямо пропорционально количеству скважин, а более сложным образом. При этом с увеличением числа скважин пуск каждой новой скважины приводит к меньшему увеличению суммарного дебита, а дебит остальных скважин уменьшается. На рис. ?? для случая кольцевой батареи скважин радиусом сто метров и контуром питания на расстоянии один километр приведены зависимости: 1 – отношение суммарного дебита всех скважин к дебиту одиночной скважины; 2 – асимптотика 1 при  $n \rightarrow \infty$ ; 3 – отношение дебита первой скважины к дебиту одиночной скважины.



- 1 – отношение суммарного дебита к дебиту одиночной скважины  
 2 – асимптотика 1 при  $n \rightarrow \infty$   
 3 – отношение дебита первой скважины к дебиту одиночной скважины  
 Проявление интерференции скважин

Рис. 4.1

Как видно из графика, при  $n = 1$  отношение суммарного дебита к дебиту одиночной скважины равно единице. При бурении второй, точно такой-же скважины, кажется что суммарный дебит должен увеличиться в два раза, но в действительности проявляется интерференция скважин и суммарный дебит увеличивается, не в два раза, а меньше. Это приводит к тому, что начиная с некоторого, достаточно большого числа скважин, бурить дополнительные

добывающие скважины экономически не выгодно. Для того, чтобы обойти это ограничение, необходимо разбить месторождение на отдельные области, с поддержанием контурного давления в них. Это обычно достигается бурением нескольких рядов или кольцевых батарей нагнетательных скважин. С бурением каждой новой скважины, дебит первой пробуренной скважины уменьшается (линия 3).

Назовем точечным стоком на плоскости точку, поглощающую жидкость. Сток можно рассматривать как гидродинамически совершенную скважину бесконечно малого радиуса в пласте единичной толщины. На плоскости вокруг точечного стока будет радиальное движение. Точечный источник — это точка, выделяющая жидкость (модель нагнетательной скважины). Различие между источником и стоком в знаке дебита. У стока дебит положительный  $Q > 0$ , а источника - отрицательный  $Q < 0$ .

Рассмотрим одиночный точечный сток (добывающую скважину). Распределение давления вокруг скважины выведено в параграфе 2.2.2:

$$p(r) = p_k - \frac{mQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (4.1)$$

Иногда [1] вместо давление вводится понятие потенциала  $\Phi$ , а вместо расхода - удельного расхода  $q$ . Потенциал и удельный расход определяются следующим образом:

$$\Phi = \frac{kp}{m}, \quad q = \frac{Q}{h}. \quad (4.2)$$

Это делается для того, чтобы упростить запись громозких формул. Например, распределение потенциала (давления) вокруг скважины в этом случае запишется в более простом виде:

$$\Phi(r) = \Phi_k - \frac{q}{2p} \ln\left(\frac{R_k}{r}\right). \quad (4.3)$$

Потенциал и удельный расход имеют размерность  $m^2/c$ .

В подземной гидромеханике при работе групп скважин и установившемся движении несжимаемой жидкости широко используется метод суперпозиции (наложения), который следует из линейности уравнения Лапласа, описывающем распределение давления в пласте (параграф 2.1). Математический смысл метода суперпозиции заключается в том, что если имеется несколько решений уравнения Лапласа  $p_1(x, y, z)$ ,  $p_2(x, y, z), \dots, p_n(x, y, z)$ , то и следующая сумма

$$p = \sum_{i=1}^n C_i p_i \text{ также является решением уравнения Лапласа.}$$

Следует при этом подчеркнуть, что подбором произвольных постоянных  $C_i$  в суммарном значении давления можно удовлетворить всем граничным условиям.

Гидродинамический смысл метода суперпозиции состоит в том, что изменения давления в любой точке пласта, вызванные работой каждой скважины (добывающей или нагнетательной), алгебраически суммируются в каждой точке пласта. Поэтому будут суммироваться и вектора скоростей фильтрации то, есть

принцип суперпозиции применим и векторам скорости фильтрации.

Рассмотрим нефтяное месторождение, которое эксплуатируется  $n$  скважинами, с различными дебитами  $Q_i$ . Выберем точку  $M$ , в которой необходимо найти давление. Обозначим расстояние от оси первой скважины до точки  $M$   $r_{1M}$ , от оси второй скважины до точки  $M$   $r_{2M}$  и так далее. Если первая из этих скважин работает одна, то падение давления в точке  $M$  определяется по формуле:

$$\Delta p_1(r_{1M}) = p_k - p(r_{1M}) = \frac{M Q_1}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{1M}}\right). \quad (4.4)$$

Если работает единственная  $i$ -тая скважина, то падение давления в точке  $M$  будет равно

$$\Delta p_i(r_{iM}) = p_k - p(r_{iM}) = \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{iM}}\right). \quad (4.5)$$

По принципу суперпозиции при работе всех скважин падения давления суммируются, поэтому оно будет равно

$$\Delta p(M) = \sum_{i=1}^n \Delta p_i(r_{iM}) = \sum_{i=1}^n \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{iM}}\right). \quad (4.6)$$

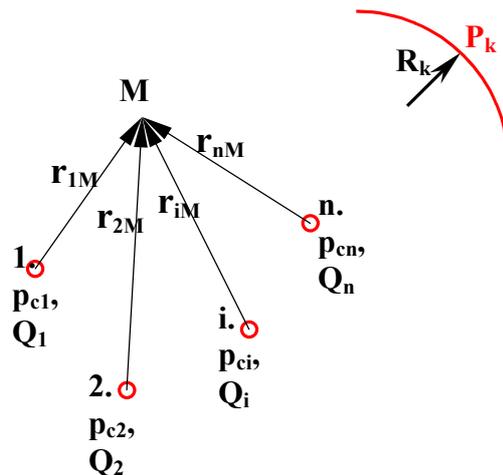


Схема группы скважин в пласте с удаленным контуром питания

Рис. 4.2

По этой формуле можно рассчитать падение давления в любой точке пласта по известным дебитам скважин. Но часто встречается задача, когда по известным давлениям на скважинах необходимо рассчитать дебиты скважин. Для того, чтобы найти  $n$  дебитов, необходимо составить систему из  $n$  уравнений. Будем обозначать номер уравнения индексом  $j$ . Для того, чтобы получить первое уравнение ( $j = 1$ ) поместим точку  $M$  на забой первой скважины, где падение давления известно и равно  $\Delta p_{c1} = p_k - p_{c1}$ . Тогда расстояние от  $i$ -той скважины до точки  $M$  будет равно  $r_{i1}$  и первое уравнение запишется

$$\Delta p_{c1} = \sum_{i=1}^n \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{i1}}\right). \quad (4.7)$$

Второе уравнение ( $j = 2$ ) получим поместив точку  $M$  на забой второй

скважины

$$\Delta p_{c2} = \sum_{i=1}^n \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln \left( \frac{R_k}{r_{i2}} \right), \quad (4.8)$$

а для  $j$  – той скважины

$$\Delta p_{cj} = \sum_{i=1}^n \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln \left( \frac{R_k}{r_{ij}} \right). \quad (4.9)$$

Так, как индекс  $j$  принимает значения от 1 до  $n$ , то всю систему уравнений удобно записать в виде:

$$p_k - p_{cj} = \sum_{i=1}^n \frac{M Q_i}{2 p k h} \ln \left( \frac{R_k}{r_{ij}} \right), \quad j=1..n. \quad (4.10)$$

Обратите внимание, что расстояния определяются от центра скважины до точки  $M$ , поэтому если поместить точку  $M$  на забой первой скважины, то расстояние от центра первой скважины до этой точки не будет равняться нулю, а равно радиусу первой скважины  $r_{11} = r_{c1}$ . Это относится и к другим скважинам  $r_{22} = r_{c2}$ ,  $r_{33} = r_{c3}$ . и так далее.

Уточним понятие расстояния до контура питания. Контуром питания может быть любая линия равного давления (изобара), давление на которой обозначается  $p_k$ . При работе одиночной скважины в однородном пласте изобарами являются окружности и расстояние от скважины до контура питания является радиусом этой окружности и обозначается  $R_k$ . Если в пласте работают несколько скважин, то изобары не будут являться окружностями и ввести понятия радиуса контура питания нельзя и величина  $R_k$  в уравнении (4.10) не определена. Введем понятие удаленного контура питания. Найдем максимальное расстояние между скважинами, которое обозначим  $\max(r_{ij})$ . Выберем изобару на достаточно большом расстоянии от центра скважин. Эта изобара близка к окружности, радиус которой  $R_k$ . Если выполняется условие  $R_k \gg \max(r_{ij})$ , тогда расстояние от любой скважины до любой точки на контуре питания приблизительно равно расстоянию  $R_k$ . Поэтому контур называется удаленным, если максимальное расстояние между скважинами гораздо больше расстояния от центра скважин до контура питания. Система уравнений (4.10) справедлива для удаленного контура питания.

Обычно нефтяные месторождения разрабатываются десятками, а то и сотнями скважин, то, очевидно, надо составить десятки или сотни таких уравнений интерференции скважин. Решение такой сложной системы уравнений возможно с помощью ЭВМ.

Далее рассмотрим использование методов суперпозиции и отображения источников и стоков на некоторых задачах, имеющих практическое применение в теории разработки нефтяных и газовых месторождений.

#### 4.2. ПРИТОК К СКВАЖИНЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ НЕПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЫ

Такая задача может возникнуть при расположении добывающей скважины

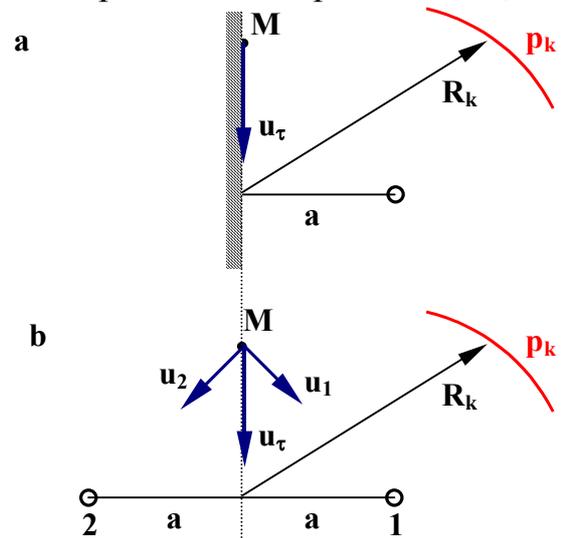
возле сброса или около границы выклинивания продуктивного пласта. Рассмотрим скважину радиусом  $r_c$  расположенную на расстоянии  $a$  от непроницаемой границы. На скважине и на контуре питания поддерживаются давления  $p_c$  и  $p_k$ . Необходимо найти дебит скважины  $Q$ , распределение давления и скоростей фильтрации в любой точке пласта.

Так, как граница непроницаемая, то скорость фильтрации перпендикулярно границе равна нулю, а фильтрация происходит только вдоль границы ( $u_r \neq 0$ ,  $u_n = 0$ ). Рассмотрим два случая задачи, в первом непроницаемая граница есть, а во втором случае она отсутствует (рис. 4.??).

Выберем на непроницаемой границе точку  $M$ , а во втором случае аналогичную точку в неограниченном пласте. Сравним оба рисунка, видим, что векторы скорости в аналогичных точках пласта направлены в разные стороны. У непроницаемой границы скорость направлена вдоль границы  $u_\tau$ , а в неограниченном пласте к скважине  $u_1$ . Для того, чтобы вектор скорости в неограниченном пласте был направлен вдоль пунктирной линии, необходимо в точке  $M$  создать вектор скорости  $u_2$ . Величину и направление этого вектора найдем из условия  $\vec{u}_\tau = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ . Вектор скорости  $u_2$  в точке  $M$  можно создать, введя фиктивную добывающую скважину

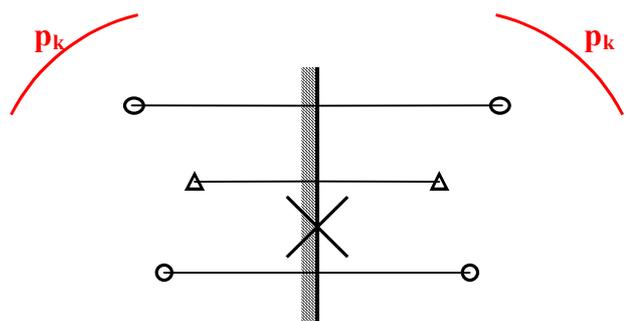
расположенной в точке зеркального отражения начальной скважины относительно непроницаемой границы. После такого преобразования векторы скоростей в правых частях пласта с непроницаемой границей и в неограниченном пласте будут идентичными. Отсюда следует метод отражения для непроницаемой границы. Для того, чтобы избавиться от непроницаемой границы необходимо всю область фильтрации зеркально отразить относительно этой границы. После этого непроницаемую границу можно убрать. На рис. ?? приведен пример использования этого метода для нескольких скважин в пласте.

Для расчета дебита скважины расположенной у непроницаемой границы воспользуемся не исходной задачей, а задачей полученной с использованием метода отражения. Пронумеруем скважины: исходная скважина – 1, а фиктивная скважина – 2. Обозначим дебит исходной скважины  $Q_1 = Q$ , а дебит фиктивной нагнетательной  $Q_2 = Q$ . Геометрические размеры реальной и фиктивной скважины



Схемы притока к скважине у непроницаемой границе а) и в неограниченном пласте б)

Рис. 4.3. а, б.



Пример применения метода отражения для прямолинейного контура питания

Рис. 4.4

одинаковы, давление на забое первой скважины  $p_{c1} = p_c$ . Расстояния от центра скважины до боковой поверхности этой – же скважины равны  $r_{11} = r_{22} = r_c$ , а расстояние между скважинами  $r_{12} = r_{21} = 2a$ . Запишем систему уравнений интерференции для двух скважин ( $n = 2$ ):

$$\begin{aligned} p_k - p_{c1} &= \frac{MQ_1}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{11}}\right) + \frac{MQ_2}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{21}}\right), j=1; \\ p_k - p_{c2} &= \frac{MQ_1}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{12}}\right) + \frac{MQ_2}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{22}}\right), j=2. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Подставляя переменные, получим:

$$\begin{aligned} p_k - p_c &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right) + \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{2a}\right), j=1; \\ p_k - p_{c2} &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{2a}\right) + \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right), j=2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Преобразуем полученные уравнения, используя свойства логарифмов:

$$\begin{aligned} p_k - p_c &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k^2}{2a r_c}\right); \\ p_k - p_{c2} &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k^2}{2a r_c}\right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Из первого уравнения найдем дебит скважины, расположенной у непроницаемой границы, а вычитая из первого уравнения второе найдем давление на забое фиктивной скважины:

$$Q = \frac{2pkh(p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k^2}{2a r_c}\right)}; \quad (4.14)$$

$$p_{c2} = p_c.$$

#### 4.3. ПРИТОК К СКВАЖИНЕ В ПЛАСТЕ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ КОНТУРОМ ПИТАНИЯ

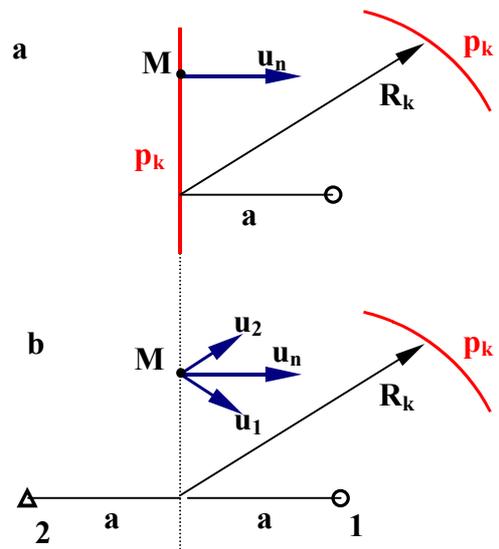
Рассмотрим скважину радиусом  $r_c$  расположенную на расстоянии  $a$  от прямолинейного контура питания. На скважине и на контуре питания поддерживаются давления  $p_c$  и  $p_k$ . Необходимо найти дебит скважины  $Q$ , распределение давления и скоростей фильтрации в любой точке пласта.

Так, как давление на контуре питания постоянно, то скорость фильтрации вдоль контура питания равна нулю, а фильтрация происходит только перпендикулярна к контуру питания ( $u_r = 0$ ,  $u_n \neq 0$ ). Рассмотрим два случая задачи, в первом прямолинейный контур питания есть, а во втором случае он отсутствует (рис. 4.?? а, б). Выберем на контуре питания точку М, а во втором случае аналогичную точку в неограниченном пласте.

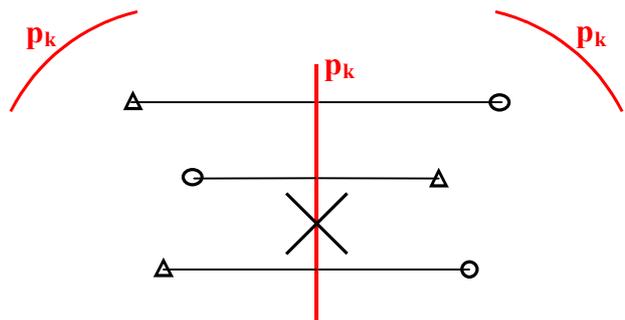
Сравнив оба рисунка, видим, что векторы скорости в аналогичных точках пласта направлены в разные стороны. У прямолинейного контура питания перпендикулярно ему  $u_n$ , а в неограниченном пласте к скважине  $u_1$ . Для того, чтобы вектор скорости в неограниченном пласте был направлен перпендикулярно пунктирной линии, необходимо в точке М создать вектор скорости  $u_2$ . Величину и направление этого вектора найдем из условия  $\vec{u}_n = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ . Вектор скорости  $u_2$  в точке М можно создать, введя фиктивную нагнетательную скважину расположенной в точке зеркального отражения нагнетательной скважины относительно контура питания.

После такого преобразования векторы скоростей в правых частях пласта с прямолинейным контуром питания и в неограниченном пласте будут идентичными. Отсюда следует метод отражения для прямолинейного контура питания. Для того, чтобы избавиться от прямолинейного контура питания необходимо всю область фильтрации зеркально отразить относительно этого контура и в отраженной области заменить добывающие скважины – нагнетательными, а нагнетательные скважины – добывающими. После этого прямолинейный контур питания можно убрать. На рис. ?? приведен пример использования этого метода для нескольких скважин в пласте.

Для расчета дебита скважины у прямолинейного контура питания воспользуемся не исходной задачей, а задачей полученной с использованием метода отражения. Пронумеруем скважины: исходная скважина – 1, а фиктивная скважина – 2. Обозначим дебит исходной скважины  $Q_1 = Q$ , а дебит фиктивной нагнетательной  $Q_2 = -Q$ . Геометрические размеры реальной и фиктивной скважины одинаковы, давление на забое первой скважины  $p_{c1} = p_c$ . Расстояния от центра сквдины до боковой поверхности этой – же скважины равны  $r_{11} = r_{22} = r_c$ , а расстояние между скважинами  $r_{12} = r_{21} = 2a$ . Запишем систему уравнений интерференции скважин с удаленным контуром питания для двух скважин ( $n = 2$ ):



Схемы притока к скважине у прямолинейного контура питания а) и в неограниченном пласте б)  
Рис. 4.5



Пример применения метода отражения для прямолинейного контура питания  
Рис. 4.6

$$\begin{aligned}
 p_k - p_{c1} &= \frac{MQ_1}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{11}}\right) + \frac{MQ_2}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{21}}\right), j=1; \\
 p_k - p_{c2} &= \frac{MQ_1}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{12}}\right) + \frac{MQ_2}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_{22}}\right), j=2.
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Подставляя переменные, получим:

$$\begin{aligned}
 p_k - p_c &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right) - \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{2a}\right), j=1; \\
 p_k - p_{c2} &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{2a}\right) - \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right), j=2.
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Преобразуем полученные уравнения, используя свойства логарифмов:

$$\begin{aligned}
 p_k - p_c &= \frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{2a}{r_c}\right); \\
 p_k - p_{c2} &= -\frac{MQ}{2pkh} \ln\left(\frac{2a}{r_c}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Из первого уравнения найдем дебит скважины, расположенной у прямолинейного контура питания, а сложив эти уравнения найдем давление на забое фиктивной скважины:

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{2pkh(p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{2a}{r_c}\right)} ; \\
 p_{c2} &= 2p_k - p_c .
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

Если бы контур питания был окружностью радиуса  $a = R_k$ , то дебит скважины рассчитывался бы по формуле Дюпюи. В реальных условиях форма контура питания часто бывает неизвестна, но она заключена между окружностью и прямой линией. Следовательно, дебит скважины в этих условиях будет находиться в пределах

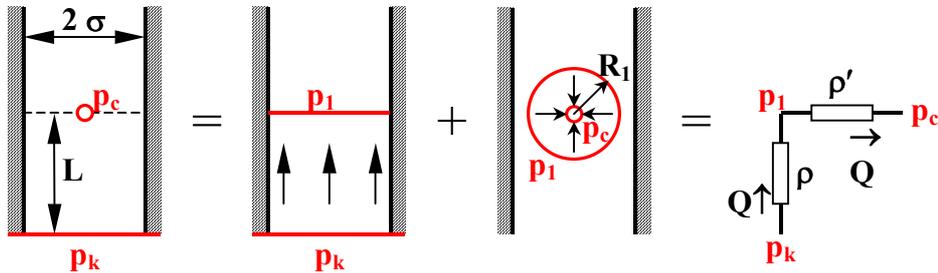
$$\frac{2pkh(p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} < Q < \frac{2pkh(p_k - p_c)}{m \ln\left(\frac{2R_k}{r_c}\right)}.
 \tag{4.19}$$

#### 4.4. ПРИТОК К БЕСКОНЕЧНЫМ ЦЕПОЧКАМ И КОЛЬЦЕВЫМ БАТАРЕЯМ СКВАЖИН

При разработке месторождений добывающие скважины бурят не произвольно, а в каком – либо порядке. Обычно скважины располагают рядами, кольцевыми батареями или более сложным образом. Ознакомимся с широко применяемым при проектировании разработки нефтяных месторождений методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений, предложенным Ю. П. Борисовым и основанным на аналогии движения жидкости в пористой среде с течением электрического тока в проводниках. Рассмотрим без вывода задачу о притоке жидкости к одиночной скважине, расположенной между двумя непроницаемыми граница расстояние между которыми  $2\sigma$  и на расстоянии  $L$  от

прямолинейного контура питания. Пусть на контуре питания задано постоянное давление  $p_k$ , на забое скважин — давление  $p_c$ , (рис. 4.??). Требуется определить дебит.

Заменим исходный фильтрационный поток на два более простых потока. У



Обоснование метода фильтрационных сопротивлений Ю. П. Борисова

Рис. 4.7

прямолинейного контура питания движение близко к плоскопараллельному. Среднее давление на уровне скважины между непроницаемыми границами  $p_1$ . Тогда дебит в таком фильтрационном потоке определяется по формуле притока к галлере

$$Q = \frac{k}{m} \frac{(p_k - p_1)}{L} 2y h = \frac{(p_k - p_1)}{c}. \quad (4.20)$$

Величина  $\rho$  называется внешним фильтрационным сопротивлением и определяется по формуле:

$$c = \frac{mL}{2y h k}. \quad (4.21)$$

Второй фильтрационный поток происходит вблизи скважины, где характер движения близок к плоскорадиальному. При этом фильтрация происходит от фиктивного контура питания радиусом  $R_1$  с давлением  $p_1$  к скважине. Дебит такого фильтрационного потока рассчитывается по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2 p k h (p_1 - p_c)}{m \ln\left(\frac{R_1}{r_c}\right)} = \frac{(p_1 - p_c)}{c'}. \quad (4.22)$$

Радиус фиктивного контура питания можно найти из точного решения. Он оказался равным  $R_1 = \sigma/\pi$ . Величина  $\rho'$  называется внутренним фильтрационным сопротивлением и определяется по формуле:

$$c' = \frac{m}{2 p k h} \ln\left(\frac{y}{p r_c}\right). \quad (4.23)$$

Таким образом, приток жидкости к такой скважин можно представить схемой эквивалентных фильтрационных сопротивлений, показанной на рис. 4.???. Аналогом объемного расхода  $Q$  служит сила тока, а аналогом разности давлений — разность электрических потенциалов. Дебит скважины находится по закону Ома для данной схемы:

$$Q = \frac{(p_k - p_c)}{c + c'} \quad (4.24)$$

Используя метод отражения можно перейти от элемента фильтрационного потока к бесконечной цепочке скважин или, с некоторой ошибкой, к цепочке из  $n$  скважин. Тогда дебит такой цепочки скважин будет равен:

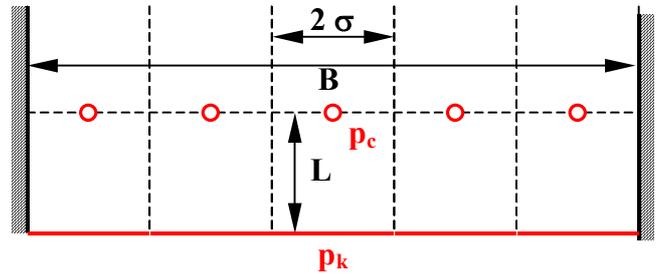


Схема притока к конечной цепочке скважин  
Рис. 4.8

$$Q_n = \frac{n(p_k - p_c)}{c + c'} = \frac{(p_k - p_c)}{c_n + c'_n} \quad (4.25)$$

Здесь  $p_n$  и  $p'_n$  внешнее и внутреннее сопротивление цепочки из  $n$  скважин находятся по формулам:

$$c_n = \frac{c}{n} = \frac{mL}{2\gamma k h n} = \frac{mL}{B k h}, \quad (4.26)$$

$$c'_n = \frac{c'}{n} = \frac{M}{2p k h n} \ln\left(\frac{y}{p r_c}\right)$$

где  $B$  ширина всей цепочки скважин.

Рассмотрим применение метода Ю. П. Борисовым для одного элемента и всей кольцевой батареи из  $n$  скважин Рис. 4.???. Заменяем элемент кольцевой батареи скважин, который на рисунке выделен двумя непроницаемыми границами, на два более простых потока. Оба этих потока будут плоскорадиальными. Сама схема эквивалентных фильтрационных сопротивлений останется такой же, что и для элемента цепочки скважин, но формулы расчета внешнего фильтрационного сопротивления изменяться:

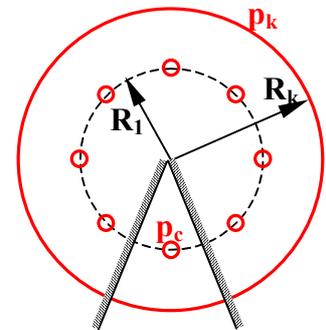


Схема притока к кольцевой батарее скважин  
Рис. 4.9

$$Q = \frac{(p_k - p_c)}{c + c'},$$

$$c = \frac{m n}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{R_1}\right), \quad (4.27)$$

$$c' = \frac{M}{2 p k h} \ln\left(\frac{y}{p r_c}\right)$$

где  $\sigma = \pi R_1/n$ .

Для всей кольцевой бататеи:

$$Q = \frac{(p_k - p_c)}{c_n + c'_n},$$

$$c_n = \frac{M}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{R_1}\right),$$

$$c'_n = \frac{M}{2 p k h n} \ln\left(\frac{y}{p r_c}\right)$$
(4.28)

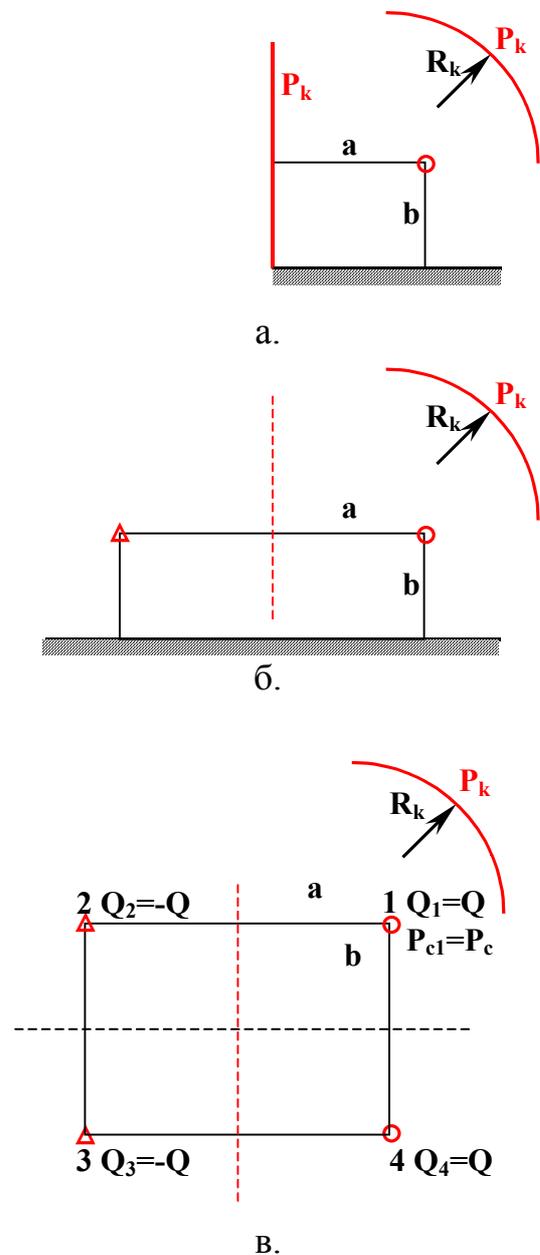
#### 4.5. ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

Пример 4.1.

Рассчитать дебит газовой скважины, расположенной у прямолинейного контуров питания и непроницаемой границе (Рис. ??), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость газа  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 18$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 0,025$  мПа·с,  $R_k = 100$  м,  $p_k = 25$  МПа,  $p_c = 10$  МПа,  $a = 200$  м,  $b = 100$  м.

Решение:

Используя метод отражения избавимся от прямолинейного контура питания. Для этого всю область фильтрации, включая непроницаемую границу и удаленный контур питания, зеркально отразим относительно этого контура. В отраженной области заменяем знак дебита скважин на противоположный, то есть добывающие скважины делаем нагнетательными, а нагнетательные добывающими. После этого прямолинейный контур питания удаляем. Получим схему рис. ??б. Чтобы не загромождать рисунок на этой схеме не показан отраженный контур питания. Теперь избавимся от прямолинейной непроницаемой границы. Для этого область фильтрации (всю верхнюю часть рисунка) зеркально отразим относительно непроницаемой границы. После этого непроницаемую границу удалим. Получим схему показанную на рисунке ??в. На этом рисунке пунктирными линиями показаны места расположения бывшего



Применение принципа отражения

Рис. 4.10

контура питания и непроницаемой границы. Всего получили четыре скважины ( $n = 4$ ), две из которых добывающие и две нагнетательные. Пронумеруем полученные скважины. Порядок нумерации скважин может быть произвольным (по часовой стрелки, против часовой стрелки и т.д.), но желательно основную скважину считать первой. На схеме указываем дебиты скважин, полученных методом отражения. Отраженные добывающие скважины имеют такой-же дебит, что и основная скважина, а отраженные нагнетательные имеют дебит со знаком (-).

Для полученных скважин запишем систему уравнений интерференции нефтяных скважин с удаленным контуром питания:

$$p_k - p_{cj} = \sum_{i=1}^n \frac{m Q_i}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{ij}}\right), j=1..n$$

Всего скважин – четыре, поэтому это система четырех уравнений. Так, как три из этих скважин получены методом отражения, то дебиты этих скважин связаны с дебитом основной скважины, поэтому все четыре уравнения будут тождественны друг другу и для расчета можно записать любое из них. Запишем первое уравнение из этой системы уравнений. Для первого уравнения  $j = 1$ . Тогда

$$p_k - p_{c1} = \frac{m Q_1}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{11}}\right) + \frac{m Q_2}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{21}}\right) + \frac{m Q_3}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{31}}\right) + \frac{m Q_4}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{41}}\right).$$

В это уравнение подставим  $p_{c1} = p_c$ ,  $Q_1 = Q$ ,  $Q_2 = -Q$ ,  $Q_3 = -Q$ ,  $Q_4 = Q$ .

$$p_k - p_c = \frac{m Q}{2 p k h} \left( \ln\left(\frac{R_k}{r_{11}}\right) - \ln\left(\frac{R_k}{r_{21}}\right) - \ln\left(\frac{R_k}{r_{31}}\right) + \ln\left(\frac{R_k}{r_{41}}\right) \right).$$

Воспользуемся свойствами логарифма  $\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$  и  $\ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$

$$p_k - p_c = \frac{m Q}{2 p k h} \ln\left(\frac{R_k}{r_{11}} \frac{r_{21}}{R_k} \frac{r_{31}}{R_k} \frac{R_k}{r_{41}}\right) = \frac{m Q}{2 p k h} \ln\left(\frac{r_{21} r_{31}}{r_{11} r_{41}}\right).$$

Найдем расстояния, которые входят в формулу. Так, как  $r_{ij}$  - расстояние от центра  $i$  - той скважины до боковой поверхности  $j$  - той скважины, то

$$r_{11} = r_c, r_{21} = 2a, r_{31} = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2}, r_{41} = 2b.$$

Тогда дебит нефтяной скважины будет рассчитываться по формуле

$$Q = \frac{2 p k h}{m} \frac{(p_k - p_c)}{\ln\left(\frac{2 a \sqrt{a^2 + b^2}}{r_c b}\right)}.$$

Для того, чтобы перейти к формулам фильтрации газа, воспользуемся аналогией между формулами фильтрации жидкости и газа. Заменяем объемный расход  $Q$  на массовый расход  $Q_m = \rho_{ат} Q_{ат}$ , а давление  $p$  на функцию Лейбенсона  $T = \rho_{ат} p^2 / (2 \rho_{ат})$ . Тогда получим формулу фильтрации газовой скважины

$$Q_{\text{ат}} = \frac{\rho k h}{m \rho_{\text{ат}}} \frac{(p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}{\ln\left(\frac{2a\sqrt{a^2 + b^2}}{r_{\text{с}} b}\right)} = \frac{3,14 \cdot 0,15 \cdot 10^{-12} \cdot 18}{0,025 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^6} \frac{(25^2 - 10^2) \cdot 10^{12}}{\ln\left(\frac{2 \cdot 200 \sqrt{200^2 + 100^2}}{0,1 \cdot 100}\right)} = 196 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ:  $Q_{\text{ат}} = 196 \text{ м}^3/\text{с}$ .

#### Задача 4.1

Рассчитать дебит нефтяной скважины, расположенной у двух непроницаемых границ (Рис. 1.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 5 \text{ м}$ ,  $k = 0,25 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 35 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 300 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 20 \text{ МПа}$ ,  $p_{\text{с}} = 15 \text{ МПа}$ .

#### Задача 4.2

Рассчитать дебит газовой скважины, расположенной у двух непроницаемых границ (Рис. 1.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 5 \text{ м}$ ,  $k = 0,25 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 0,015 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 300 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 20 \text{ МПа}$ ,  $p_{\text{с}} = 15 \text{ МПа}$ .

#### Задача 4.3

Рассчитать дебит газовой скважины, расположенной у двух прямолинейных контуров питания (Рис. 6.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 8 \text{ м}$ ,  $k = 0,25 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 0,015 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 300 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 15 \text{ МПа}$ ,  $p_{\text{с}} = 10 \text{ МПа}$ .

#### Задача 4.4

Рассчитать дебит нефтяной скважины, расположенной у двух прямолинейных контуров питания (Рис. 6.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 8 \text{ м}$ ,  $k = 0,25 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 15 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 300 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 15 \text{ МПа}$ ,  $p_{\text{с}} = 10 \text{ МПа}$ .

#### Задача 4.5

Рассчитать дебит нефтяной скважины, расположенной у прямолинейного контуров питания и непроницаемой границе (Рис. 7.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 18 \text{ м}$ ,  $k = 0,15 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 5 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 100 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 25 \text{ МПа}$ ,  $p_{\text{с}} = 10 \text{ МПа}$ .

#### Задача 4.6

Рассчитать суммарный дебит двух газовой скважин, расположенных у прямолинейного контура питания (Рис. 2.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_{\text{к}}$  и давления на контуре питания  $p_{\text{к}}$  и скважине  $p_{\text{с}}$ .  $h = 18 \text{ м}$ ,  $k = 0,15 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 0,025 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $R_{\text{к}} = 500 \text{ м}$ ,  $p_{\text{к}} = 25 \text{ МПа}$ .

## Задача 4.7

Рассчитать суммарный дебит двух нефтяных скважин, расположенных у прямолинейного контура питания (Рис. 2.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 18$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 45$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 25$  МПа.

## Задача 4.8

Рассчитать суммарный дебит двух газовой скважин, расположенных у непроницаемой границе (Рис. 3.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 4$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 0,02$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 20$  МПа.

## Задача 4.9

Рассчитать суммарный дебит двух нефтяных скважин, расположенных у непроницаемой границе (Рис. 3.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 4$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 4$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 20$  МПа.

## Задача 4.10

Рассчитать суммарный дебит двух газовой скважин, расположенных у непроницаемой границе (Рис. 4.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 4$  м,  $k = 0,05$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 0,02$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 20$  МПа.

## Задача 4.11

Рассчитать суммарный дебит двух нефтяных скважин, расположенных у непроницаемой границе (Рис. 4.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 4$  м,  $k = 0,05$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 14$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 20$  МПа.

## Задача 4.12

Рассчитать суммарный дебит двух газовой скважин, расположенных у прямолинейного контура питания (Рис. 5.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 18$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 0,025$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 25$  МПа.

## Задача 4.13

Рассчитать суммарный дебит двух нефтяных скважин, расположенных у прямолинейного контура питания (Рис. 5.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $R_k$  и давления

на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 18$  м,  $k = 0,15$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 45$  мПа·с,  $R_k = 500$  м,  $p_k = 25$  МПа.

#### Задача 4.14

Методом фильтрационных сопротивлений Борисова рассчитать дебиты двух цепочек нефтяных скважин (Рис. 8.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $L_1 = L_2 = 200$  м и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 15$  м,  $k = 0,25$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 40$  мПа·с,  $p_k = 25$  МПа.

#### Задача 4.15

Методом фильтрационных сопротивлений Борисова рассчитать дебиты двух цепочек газовых скважин (Рис. 8.), если задана толщина пласта  $h$ , проницаемость  $k$ , вязкость нефти  $\mu$ , расстояние до контура питания  $L_1 = L_2 = 200$  м и давления на контуре питания  $p_k$  и скважине  $p_c$ .  $h = 15$  м,  $k = 0,25$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 0,004$  мПа·с,  $p_k = 25$  МПа.

При притоке к трем цепочкам скважин

Схема эквивалентных фильтрационных сопротивлений при притоке к трем цепочкам скважин

Пусть теперь полубесконечный пласт с прямолинейным контуром питания разрабатывается тремя параллельными цепочками скважин с числом скважин в каждой  $n_1, n_2, n_3$ . Пусть скважины в каждой цепочке имеют одинаковые радиусы  $r_{c1}, r_{c2}, r_{c3}$  и забойные давления  $p_{c1}, p_{c2}, p_{c3}$ , суммарные дебиты цепочек составляют  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

Схема соответствующих эквивалентных фильтрационных сопротивлений будет теперь разветвленной (4.32).

Расчет схемы проводится аналогично расчету электрических разветвленных цепей по законам Ома и Кирхгофа. Составляются алгебраические линейные уравнения по числу неизвестных (либо дебитов  $Q_1, Q_2, Q_3$ , либо забойных давлений  $p_{c1}, p_{c2}, p_{c3}$ )— При этом, очевидно, внешние сопротивления будут равны:

$$R_1 = \frac{\mu L_1}{khB}, R_2 = \frac{\mu L_2}{khB}, R_3 = \frac{\mu L_3}{khB},$$

где  $L_1, L_2, L_3$  — расстояния соответственно от контура питания до первой цепочки, между первой и второй цепочками, между второй и третьей цепочками.

Внутренние сопротивления определяются по формулам